

75.29 Teoría de Algoritmos I

Trabajo Práctico Nº 1

Problema de los matrimonios estables

Fecha de entrega: 14 de septiembre de 2011

Enunciado

Ustedes han sido contratados como casamenteros de una comunidad muy cerrada, formada por N hombres y N mujeres, todos solteros, y que deben casarse (todos) entre sí este año. Basarán su asignación en las preferencias de cada uno (es decir que le pedirán a cada hombre que haga un ranking de todas las mujeres, calificándolas de 1 a N , y de igual modo le pedirán a cada mujer que haga un ranking de todos los hombres). Para mantener la buena fama de casamenteros que tienen (que los ha hecho muy solicitados por diversas comunidades) deben evitar que los matrimonios se separen al poco tiempo. En particular quieren evitar armar parejas inestables (decimos que estamos en una situación inestable si un hombre y una mujer que están casados con otros preferirían estar casados entre sí). El problema de armar las parejas sin que haya una situación inestable se conoce como el problema de los matrimonios estables. Trabajaremos con los siguientes conceptos:

- Un par hombre-mujer es un par bloqueante de la asignación si están en pareja con otros cuando preferirían estar en pareja entre sí.
- Una asignación es estable si no contiene ningún par bloqueante (y es inestable si contiene alguno).

Ejemplo:

	Hombres				Mujeres			
	a	b	c	d	J	K	L	M
1º	J	M	M	K	a	d	a	c
2º	K	L	L	J	c	b	d	d
3º	L	J	J	L	b	c	b	a
4º	M	K	K	M	d	a	c	b

Figure 1: Preferencias de hombres y mujeres

Si se asignara (a, L) , (b, J) , (c, M) , (d, K) entonces (a, J) resultaría un par bloqueante (y por lo tanto (a, L) , (b, J) , (c, M) , (d, K) resultaría una asignación inestable, en la cual a y J terminarían separándose de sus respectivas parejas para casarse entre sí, ya que cada uno de ellos estaría casado con otro/a pese a que a eligió a J en primer lugar y J eligió a a en primer lugar. En cambio (a, J) , (b, L) , (c, M) , (d, K) es una asignación estable. Una manera de realizar una asignación estable es por backtracking. Sin embargo, existe un algoritmo (de GALE & SHAPLEY, 1962) que es más eficiente, ya que tiene orden polinomial en la cantidad de personas.

Algoritmo de Gale & Shapley

El algoritmo procede por rondas:

- En la primera ronda cada hombre se le declara a la mujer que prefiere independientemente de que algún otro se le haya declarado. Entre todas las propuestas que recibió, cada mujer elige al hombre mejor posicionado en su ranking y se compromete con él. Si una mujer no recibe ninguna propuesta, espera hasta la próxima ronda.
- En cada ronda subsiguiente los hombres que ya estén comprometidos no hacen nada. Cada hombre no comprometido se le declara a la mujer mejor posicionada en su ranking que aún no lo rechazó, independientemente de que ella esté comprometida o no. Cuando le toca el turno a las mujeres, cada mujer acepta la propuesta del hombre mejor posicionado en su ranking (incluso puede llegar a romper un compromiso; también puede suceder que su novio actual esté mejor posicionado

que todos sus nuevos pretendientes, en cuyo caso se queda con el novio actual). Si una mujer no recibe ninguna propuesta, espera hasta la próxima ronda.

- Mientras queden hombres no comprometidos al final de una ronda, se hace una nueva ronda.

Se pide:

1. Resolver el problema por backtracking.
 - a) Calcular el orden.
2. Programar el algoritmo de GALE & SHAPLEY para resolver el problema.
 - a) Elegir las estructuras de datos adecuadas para implantar eficientemente el algoritmo y calcular el orden. Justificar.
 - b) Justificar que la asignación es completa y estable, es decir que el algoritmo no deja personas solteras y la asignación realizada es estable.
 - c) Justificar que el algoritmo termina siempre.
 - d) ¿El algoritmo es simétrico? Justificar.
 - e) Si se les permitiera a las mujeres cambiar la lista de de preferencia durante la ejecución del algoritmo, como podría hacer una mujer dada, para conseguir el hombre óptimo¹.
 - f) Explicar de que estrategia algorítmica se trata. Justificar.

Datos de entrada

El programa deberá recibir por la línea de comando el nombre de un archivo de texto con el siguiente formato:

```
Alberto: Ana,Betina,Carla,Dalma
Bato: Dalma,Carla,Betina,Ana
Carlos: Dalma,Carla,Betina,Ana
Demian: Betina,Ana,Carla,Dalma
```

[línea en blanco]

```
Ana: Alberto,Carlos,Bato,Demian
Betina: Demian,Bato,Carlos,Alberto
Carla: Alberto,Demian,Bato,Carlos
Dalma: Carlos,Demian,Alberto,Bato
```

Donde la primera persona que aparece en la lista de cada participante es la más preferida y así sucesivamente hasta llegar a la menos preferida en último lugar.

¹Pista:podría mentir en su lista de preferencias, hasta conseguir que el hombre óptimo se le declare