TRATAMIENTO ESTADISTICO DE DATOS DE LABORATORIO

GUIA ELABORADA POR EL PROFESOR HENRY MENDEZ MSc.

CONTENIDO

EN CUANTO A INTRODUCCION A LA FISICA....

SI DESEAS OBTENER UNA COPIA DE UN PROGRAMA PARA ANALISIS ESTADISTICO DE DATOS EFECTUADO POR EL ESTUDIANTE JUAN DIEGO NARANJO, SOLO TIENES QUE HACER CLICK AQUI

CUALQUIER COMENTARIO PUEDES ENVIARLO A:

hamendez@impsat.net.co o si prefieres a rata@mailcity.com

Salir

Ultima actualización 09/22/99

PROLOGO

Son varios los propósitos de esta página:

- Que los profesores del departamento de Física de la Pontificia Universidad Javeriana unifiquemos criterios para el tratamiento de datos, análisis y presentación de informes de laboratorio.
- Que los estudiantes de todos los cursos de física básica mejoren la presentación de informes de laboratorio, mediante el aprendizaje de técnicas de tratamiento, análisis y presentación de datos.
- Que los estudiantes de introducción a la física vean una manera fácil de aprender las técnicas de tratamiento de datos.
- Que los profesores de introducción a la física vean un posible método para la enseñanza de la física experimental.

Por supuesto que esta no es la única forma de enseñar las técnicas propias de la física experimental, pero aún así considero que esta propuesta tiene validez en el sentido de que es un intento de lograr los anteriores objetivos. Por ello, es bienvenida toda sugerencia.

Regresa a página principal

RECOMENDACIONES PARA LOS ESTUDIANTES

Normalmente los profesores en el trabajo de laboratorio proponemos efectuar diversas mediciones para hallar relaciones entre datos. Efectivamente, lo que buscamos es que el estudiante halle mediante una gráfica la relación entre las variables medidas. Pero :

LO QUE REALMENTE SE BUSCA ES QUE EL ESTUDIANTE LEA ACERCA DE LA TEORIA RELACIONADA CON LAS VARIABLES DE MEDICION E INTERPRETE FISICAMENTE LOS RESULTADOS DEL TRATAMIENTO ESTADISTICO DE DATOS (PENDIENTE, INTERCEPTO, COEFICIENTES DE CORRELACION) Y A PARTIR DE ELLOS PUEDA OPINAR YA SEA EN APOYO O EN CONTRA DE LA TEORIA, CON BASE EN LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES Y TENIENDO EN CUENTA EL GRADO DE PRECISION DEL EXPERIMENTO.

Es una frase muy frecuente entre los estudiantes concluir que las discrepancias entre los resultados obtenidos y los esperados radica en "errores de tipo humano" (sic)(???) o a pérdidas por fricción. Particularmente no creo que la explicación sea tan simplista.

A mi manera de ver, el tratamiento estadístico de datos es una herramienta poderosa que permite identificar bastante bien el origen de las discrepancias entre teoría y experimento por varias razones:

1- El cálculo de error permite saber si la forma como se concibió el experimento arroja el grado de precisión deseada. Por ejemplo, si dos grupos de estudiantes utilizan diferentes métodos para hallar la constante gravitacional, deberán usar fórmulas distintas. Eso implica que a pesar de que tengan los mismos instrumentos (quiero decir, con la misma precisión), van a obtener diferentes incertidumbres en la gravedad porque **la propagación del error depende de la fórmula.**

2- De acuerdo con los procesos de linealización de gráficos, puede verse si el modelo teórico usado obedece a la tendencia de los datos. El principio de verdad científica radica en últimas en el experimento, eso significa que **hay que creerle más a los datos que a la teoría y no al revés.** La consecuencia es clara: no hay que "machetear" los datos para que "cuadren" con las predicciones. Más bien si hay una discrepancia debe mirarse primero si está dentro del margen de error de los datos experimentales, y si no es así hay que mirar las insuficiencias del modelo teórico con que fueron obtenidas las ecuaciones.

3- En consecuencia el efecto de la fricción en muchos experimentos puede cuantificarse, introduciéndola dentro del modelo teórico para obtener una ecuación modificada que dé cuenta de las discrepancias entre teoría y experimento.

4- Los frecuentes errores de "tipo humano", los cuales supongo que no tienen que ver nada con la moral ni con la ética, pueden ser eliminados considerándolos como errores sistemáticos.

Al exponer estas razones aspiro a que los estudiantes sean fieles a la tendencia de los datos, cuantifiquen las incertidumbres, lean y confronten con la teoría, para tener sólidos argumentos en pro o en contra de ella, y si este último es el caso propongan modificaciones a los modelos "simples"que con tanta frecuencia trabajamos en física.

[Regresar a la página principal]

NECESIDAD DEL CALCULO DE ERROR

Tal y como ahora se concibe la ciencia, toda teoría tiene fundamentada su validez en la contrastación con la evidencia experimental, la cual está soportada en últimas por la medición de variables físicas. Sin embargo, la medición de una cantidad física por sí sola, sin la especificación de su rango de incertidumbre o fiabilidad, no contiene mucha utilidad en la ciencia. La incertidumbre de una medida física dice mucho acerca de la tecnología involucrada en el instrumento de medición y del método de cálculo o modelo empleado en la obtención de este valor. No en vano se ha invertido mucho dinero en instrumentos cuya precisión decide con fiabilidad cuándo se rompe una marca mundial.

A la vez, medir una sola vez una variable física tampoco dá un buen criterio de fiabilidad, dado que todas las variables que influyen en un experimento no pueden ser absolutamente controladas. Es por ello, que las mediciones deben efectuarse muchas veces bajo idénticas condiciones. Un tratamiento estadístico de las fluctuaciones de estas mediciones efectuadas bajo idénticas condiciones, alrededor de un cierto valor más probable, dá una idea no solo de la reproducibilidad de la medida, y asímismo de la validez de una ley científica, sino de la confiabilidad del método de medición empleado. Una incertidumbre o fluctuación ¨grande¨, es decir del orden de la medida obtenida, permite dudar del método de medición empleado, o bien una medida obtenida con una razonable incertidumbre y que arroje un resultado no predicho por la ley, permite dudar de su validez.

El objeto de este trabajo es justamente proporcionar al estudiante un criterio que le permita juzgar la validez de un método de medición o de una ley científica. Ese criterio se basa en modelos estadísticos ampliamente estudiados e universalmente aceptados.

Regresa a página principal

TIPOS DE ERROR EN LA MEDICION EXPERIMENTAL

Los errores experimentales normalmente se agrupan en dos grandes conjuntos : sistemáticos y aleatorios. Los **sistemáticos** son debidos a causas identificables y pueden ser eliminados en principio, por ejemplo cuando la lectura de un instrumento no puede colocarse inicialmente en cero sino que está desplazada una cierta cantidad, el efecto puede eliminarse restando esa cantidad inicial a todas las medidas que se tomen, asumiendo que el instrumento no ha sido alterado adicionalmente en su funcionamiento. Los errores **aleatorios** se deben a variables no controladas o difíciles de controlar en un experimento.

Errores sistemáticos.

Normalmente se clasifican en cuatro clases :

> *Instrumentales.* Debido a equipos descalibrados, como en el ejemplo del párrafo anterior.
>
> *Observacionales.* Como errores de paralaje, es decir cuando la lectura del instrumento depende de la posición que adopte el observador.
>
> *Ambientales.* Influencia de la temperatura, la presión, y otros factores, de una manera regular sobre las medidas.
>
> *Teórica.* Ocurre cuando el modelo empleado en el análisis contiene excesivas simplificaciones, o condiciones ideales que experimentalmente no pueden plasmarse.

Errores Aleatorios.

Los errores aleatorios son mediciones que fluctúan alrededor de cierto valor medio, o valor más probable. A pesar de que son producidos por variables no controladas en el experimento, puede cuantificarse su influencia por procedimientos estadísticos. Las causas más probables son :

> *Observacionales.* Errores en el juicio, o en la reacción del observador.

Ambientales. Cambios impredecibles en la temperatura del ambiente, ruido en equipos electrónicos, cambios de presión, etc.

Regresar a Página principal

ERROR ASOCIADO A UNA SOLA MEDIDA EXPERIMENTAL

Cuando se efectúa una sola medición de una cantidad física, a ella se le asocia una incertidumbre experimental dada por la mínima medida que proporciona el instrumento de medición empleado (límite de resolución instrumental). Sin embargo, otros prefieren emplear un criterio mas optimista optando por la mitad del límite de resolución instrumental.

Por ejemplo, en una regla dividida en milímetros, la incertidumbre sería justamente de un milímetro para los más "pesimistas", y de 0,5 mm para los "optimistas". Una medida de 2 cm tomada con dicha regla puede expresarse para ambos casos (en el Sistema internacional SI) como:

PESIMISTAS	OPTIMISTAS
0.020±0.001m	0.0200±0.0005m

Nótese que el número de decimales expresados en la medida coincide con la incertidumbre adoptada.

Vale la pena añadir que no siempre la incertidumbre está asociada con la mínima medida que puede proporcionar el instrumento, pues en equipos más complejos, se presentan casos en que la temperatura, presión, humedad, tiempo de operación, ruido electrónico de los componentes y otros factores, alteran el sistema de detección y registro de datos. En ese sentido, es muy útil consultar el manual del fabricante del instrumento.

Regresar a Página Principal

ANALISIS ESTADISTICO DE ERRORES ALEATORIOS

Cuando se efectúan dos medidas de una misma variable física, bajo idénticas condiciones, normalmente no se obtiene el mismo valor debido a las variables no controladas del experimento, que son la causa de los errores aleatorios. Sin embargo no hay un argumento sólido para preferir una de las mediciones a costa de la otra. Ni siquiera el hecho de que el valor de una medición sea más cercano a las predicciones de la teoría, pues justamente de lo que se trata es de validar el modelo.

Para resolver este conflicto se efectúan muchas mediciones bajo idénticas condiciones, bajo la suposición de que si se presenta una ley en la naturaleza, debe influenciar siempre en el fenómeno, es decir debe ser reproducible. Esto trae como consecuencia, que un valor de la medición se presente más veces, o con más frecuencia, que los otros. Ese valor más probable es asociado al valor medio de la medición. Los demás valores se presentan con menos frecuencia, siendo menos frecuentes en términos generales, los valores medidos que están más alejados del valor medio (fig. 1a).

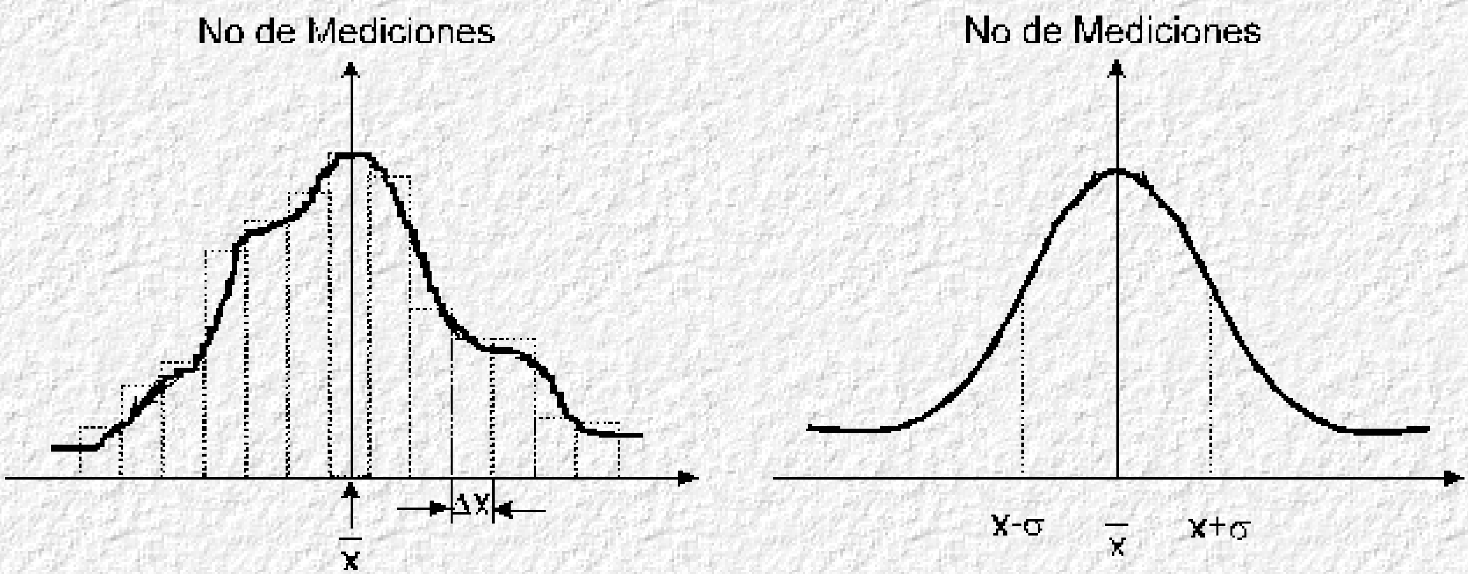


Fig1. Distribución de frecuencias para varias medidas realizadas bajo idénticas condiciones para un parámetro físico. En la izquierda (1a) las barras muestran el número de veces que se repitió la medida de X, y el mayor número de repeticiones se presenta muy cerca del valor promedio. En 1b (derecha) se muestra cómo la curva tiende a tomar la forma de una campana gaussiana cuando el número de mediciones aumenta. El 68% de los datos está contenido entre el valor promedio y la desviación standard , de ahí la importancia de este último parámetro estadístico.

El valor medio (o promedio) de una cierta cantidad medida, se define como la suma de todas las mediciones (Σ) dividida entre el número de medidas n. O sea :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \qquad (1)$$

Los métodos estadísticos demuestran que entre más medidas se realicen, la frecuencia con que se repiten los valores medidos de una variable física bajo idénticas condiciones, o sea la **distribución de frecuencias de Gauss,** tiende a ser en la forma de campana mostrada en la fig.1b.

Cuando se efectúan varias mediciones bajo idénticas condiciones, al valor promedio de esas medidas se le asocia una incertidumbre que tiene relación con un parámetro denominado **desviación standard** σ . La importancia de este parámetro radica en que estadísticamente existe la probabilidad de que el 68% de las medidas efectuadas entren dentro del rango $\left[x + \sigma, x - \sigma\right]$. La desviación standard puede hallarse mediante la relación :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^2} \qquad (2)$$

Donde n es el número de datos tomados, x_i el valor de cada dato, y $\bar{x}$ el valor promedio del conjunto de medidas.

Al valor promedio se le asocia una incertidumbre denominada desviación standard de la media σ_m, el cual no es más que la misma desviación standard dividida entre la raiz del número de medidas, es decir :

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (3)$$

de esta manera el resultado a reportar para el valor promedio es :

$$\bar{x} \pm \sigma_m \qquad (4)$$

Regresar a la página principal

PROPAGACION DE ERRORES

Cuando se presenta el caso en que deba calcularse, mediante una fórmula, una variable física que dependa de otras cantidades físicas medidas experimentalmente (lo que se llama determinación por métodos indirectos), una pregunta que surge es qué incertidumbre debe asociarse a la variable física calculada mediante la fórmula, y sus implicaciones en la presentación de gráficos.

Por ejemplo si me propongo calcular la velocidad promedio de un móvil, dividiendo la distancia recorrida X, cuya incertidumbre conozco, entre el tiemplo empleado t (con incertidumbre tambien conocida), pues puedo conocer la velocidad promedio dividiendo X entre t. Pero, Cuál es la incertidumbre de la velocidad media? Evidentemente la respuesta NO es dividir la incertidumbre de X entre la incertidumbre de t. Qué hacer entonces? Pues leer la teoría que viene a continuación y analizar detenidamente los ejemplos. Para ello debes clasificarte en alguno de los dos niveles que siguen:

1- Estudiante principiante (Sin mucha experiencia en derivadas).

2- Estudiante intermedio (Domina bastante bien las derivadas).

Fundamentos teóricos.

Para principiantes.

Modelo de propagación de errores (versión débil).

Aunque no existe mucho rigor matemático, una buena aproximación para el cálculo de la propagación de error consiste en tomar las cantidades físicas medidas y su respectiva incertidumbre $x, y, z, \ldots, \Delta x, \Delta y, \Delta z, \ldots$. Luego se le llama cantidades por exceso a la medida mas su incertidumbre Ej: X+ΔX. Enseguida se le llama cantidades por defecto a la medida menos su incertidumbre Ej: X-ΔX. Luego se hacen los cálculos con la fórmula, denominando Cálculo por exceso al resultado de sustituir los valores de las cantidades por exceso en la fórmula. Posteriormente se hace el cálculo por defecto sustituyendo los valores de las cantidades por defecto en la fórmula. Finalmente, la incertidumbre será el promedio entre el cálculo por exceso y el cálculo por defecto (Al resultado del cálculo por exceso se le resta el resultado del cálculo por defecto y se divide entre dos. Eso sí, se toma el valor absoluto).

Para aclarar lo anterior está el siguiente ejemplo:

Fórmula:

$V = \frac{X}{t}$, conozco X, Δ X, t y Δ t, y quiero conocer Δ V. Entonces hago lo siguiente :

Cantidades por exceso :

$X_+ = X + \Delta X$ $\qquad$ $t_+ = t + \Delta t$

Cantidades por defecto :

$X_- = X - \Delta X$ $\qquad$ $t_- = t - \Delta t$

Cálculo por exceso :

$$V_+ = \frac{X_+}{t_+} = \frac{X + \Delta X}{t + \Delta t}$$

Cálculo por defecto :

$$V_- = \frac{X_-}{t_-} = \frac{X - \Delta X}{t - \Delta t}$$

Incertidumbre :

$$\Delta V = \frac{V_+ - V_-}{2} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{X + \Delta X}{t + \Delta t}\right) - \left(\frac{X - \Delta X}{t - \Delta t}\right)\right]$$

Fundamentos teóricos.

Para nivel intermedio.

Modelo de propagación de errores (versión fuerte).

Se parte de que se tienen varias cantidades físicas medidas con su respectiva incertidumbre $x, y, z, \ldots, \Delta x, \Delta y, \Delta z, \ldots$

Basándose en resultados proporcionados por el cálculo diferencial, cuando se tiene una función $w(x, y, z)$ dependiente de estas variables, su variación estaría dada por :

$$\Delta w = \frac{\partial w}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial w}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial w}{\partial z}\Delta z + \ldots \qquad (5)$$

El problema de esta relación para estimaciones de incertidumbre en medidas de cantidades físicas radica fundamentalmente en que existe una gran probabilidad de que este cálculo arroje valores negativos, lo cual sería difícil de interpretar y aceptar físicamente. En vez de ello, se asume una postura diferente. Basándose en el hecho de que las medidas son mutuamente independientes, es posible darles un tratamiento similar a los vectores, basándose en el teorema de pitágoras, así :

$$\Delta w = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 + \ldots} \qquad (6)$$

y de nuevo, haciendo uso de la regla de la cadena se tiene :

$$\Delta w = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\Delta z\right)^2 + \ldots} \qquad (7)$$

La cual constituye la fórmula general para el modelo de propagación de errores, donde se vé claramente el carácter siempre positivo de la incertidumbre.

Aplicación de la fórmula.

Usualmente la aplicación de la fórmula (7) no es muy clara para estudiantes de primeros semestres, en vista de ello se ilustra el siguiente ejemplo.

Supónga que en un experimento de aceleración uniforme se desea encontrar experimentalmente el valor de la aceleración. Para ello se ha medido varias veces el valor de la distancia x recorrida por un objeto y el tiempo t que tarda en hacerlo. Supongamos también que estos estudiantes han seguido las indicaciones del primer laboratorio de este manual y han obtenido la desviación standard de la media de ambas variables, esto es $\Delta x, \Delta t$.

A partir de las consideraciones del Movimiento Uniformemente Acelerado (MUA), para la determinación de la aceleración se va a usar la relación :

$$a = \frac{2x}{t^2} \qquad (8)$$

No hay ningún tipo de problema para determinar el valor experimental de la aceleración, reemplazando x, t en la ec.(8) por los valores promedios de la distancia recorrida y tiempo empleado, experimentalmente obtenidos. Para determinar la incertidumbre de la aceleración Δa, primero se deriva parcialmente la ecuación con respecto a x, considerando a t como una constante, y se obtiene :

$$\frac{\partial a}{\partial x} = \frac{2}{t^2} \qquad (9)$$

luego se deriva parcialmente con respecto a t, considerando x como una constante, llegándose a :

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -\frac{4x}{t^3} \qquad (10)$$

Luego se aplica la ec.(7), que para el caso de estas dos variables queda :

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial t}\Delta t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2}\Delta x\right)^2 + \left(-\frac{4x}{t^3}\Delta t\right)^2} \qquad (11)$$

Solo queda reemplazar en esta fórmula los valores de las variables para obtener la incertidumbre de la aceleración.

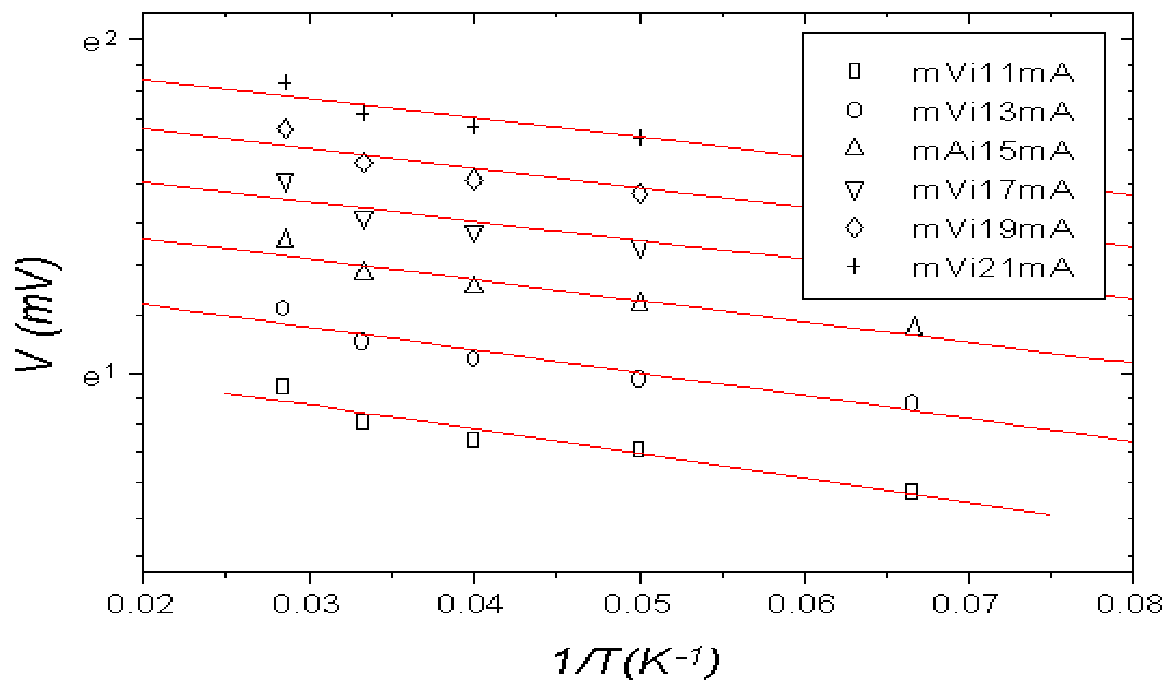
[Regresar a la página principal]

PRINCIPIOS GENERALES PARA UNA PRESENTACION ADECUADA DE GRAFICAS DE DATOS

Debe prestarse mucha atención a la forma como se elaboran los gráficos, para ello puede ayudarse de los siguientes criterios :

1. Usar un lápiz delgado.
2. Usar completamente la extensión de la hoja.
3. Título del gráfico.
4. Escoger su variable independiente sobre el eje horizontal.
5. Ejes rotulados con sus respectivas unidades.
6. Seleccionar una escala adecuada para cada eje, y si es posible iniciar sobre el origen.
7. Usar barras de error en las medidas.
8. Dibujar una curva suave sobre las medidas dibujadas, teniendo en cuenta que de acuerdo con la distribución gaussiana, alrededor de una tercera parte de las medidas pueden estar fuera del rango de la desviación standard.
9. Anexar la tabla de datos con su respectiva incertidumbre.
10. Si es posible, graficar varias curvas sobre la misma gráfica con el fin de comparar los resultados cuando se varía algún parámetro de la medición.

Como un ejemplo, se muestra la siguiente gráfica extraída de un artículo científico:



[**Regresar a página principal**]

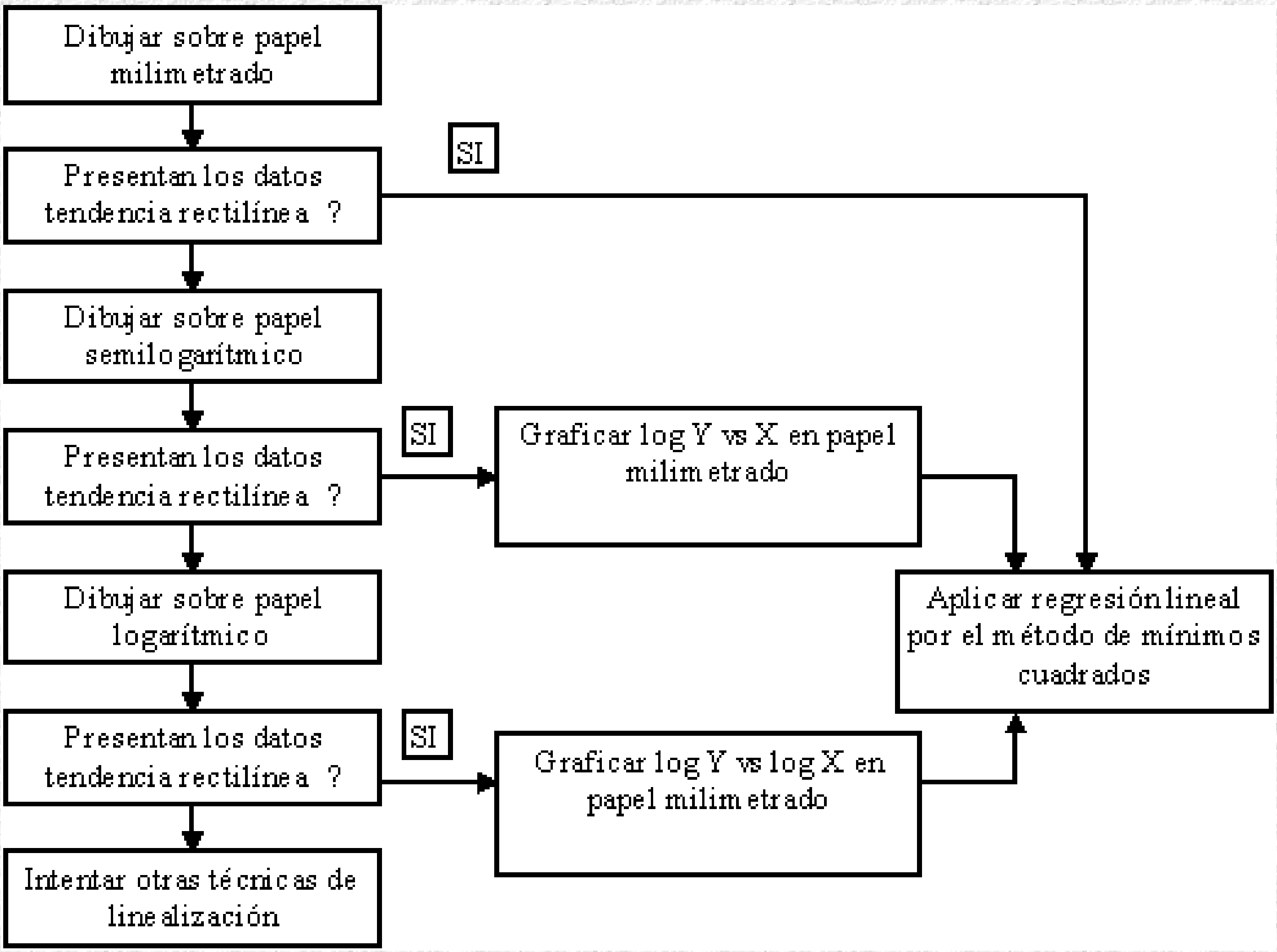
COMO DECIDIR QUE TENDENCIA PRESENTAN LOS DATOS?

Al graficar los datos sobre papel milimetrado puede presentarse una tendencia rectilínea o seguir un patrón curvo. En el primer caso hay que aplicar un tratamiento estadístico para buscar la pendiente y el intercepto y su coeficiente de correlación. Esto se hace mediante la aplicación del método de regresión lineal por .mínimos cuadrados.

En el caso de que la tendencia sea curva, usualmente se intenta mirar si hay una correspondencia logarítmica (o exponencial) de los datos. Esto se hace graficando los datos sobre papel semilogarítmico, y si se obtiene una línea recta no cabe duda que se trata de este tipo de tendencia.

Si no se obtiene una recta al graficarse los datos sobre papel semilogarítmico, debe intentarse graficar sobre papel logarítmico. En el caso de que se presente una recta, los datos obedecen a una tendencia polinómica. Si no se presenta una tendencia rectilínea, debe intentarse alguna técnica de linealización.

Un bosquejo del método ilustrado anteriormente se expone en el siguiente diagrama de flujo:



Cabe anotar que en ciertas situaciones es difícil decidir si la tendencia de los datos es lineal o curva, pues puede tratarse de un polinomio o una exponencial de poca curvatura. En ese caso, el mejor criterio para decidir el mejor ajuste de los datos es linealizando y observando si el valor del coeficiente de correlación es cercano a la unidad. Por otra parte, no todas las tendencias de los datos pueden linealizarse.

Regresar a página principal

REGRESION LINEAL

Implicaciones de la incertidumbre en gráficas de variables físicas medidas.

Cuando se grafican datos experimentales es imperativo que la gráfica también proporcione información sobre la incertidumbre de las medidas. Esto se hace dibujando barras de error sobre el punto graficado. En la fig.2, se muestra una gráfica entre 2 variables medidas x, y, donde cada dato posee sus barras de error en forma de cruz. Dicha cruz está centrada sobre los valores promedio de cada variable, su extensión a derecha e izquierda está dada por el valor de la incertidumbre $\pm \Delta x$, y de manera análoga se procede con la variable vertical y.

La variable horizontal x representa el tiempo medido en segundos, y la vertical y una velocidad expresada en metros/segundo. Puede observarse que la incertidumbre en el tiempo es cercana a los 0.5s y esa es la razón por la cual en el eje vertical aparecen explícitos los valores decimales de la escala. De igual manera la incertidumbre en la velocidad oscila alrededor de los 2m/s.

A primera vista, la tendencia de los datos parece ser lineal, pero también existe la posibilidad de que la tendencia obedezca a un polinomio de grado superior. Para decidir si esta primera impresión de linealidad es correcta, debe usarse el método de regresión lineal por mínimos cuadrados, el cual proporciona un criterio aproximado que permite juzgar esta cuestión.

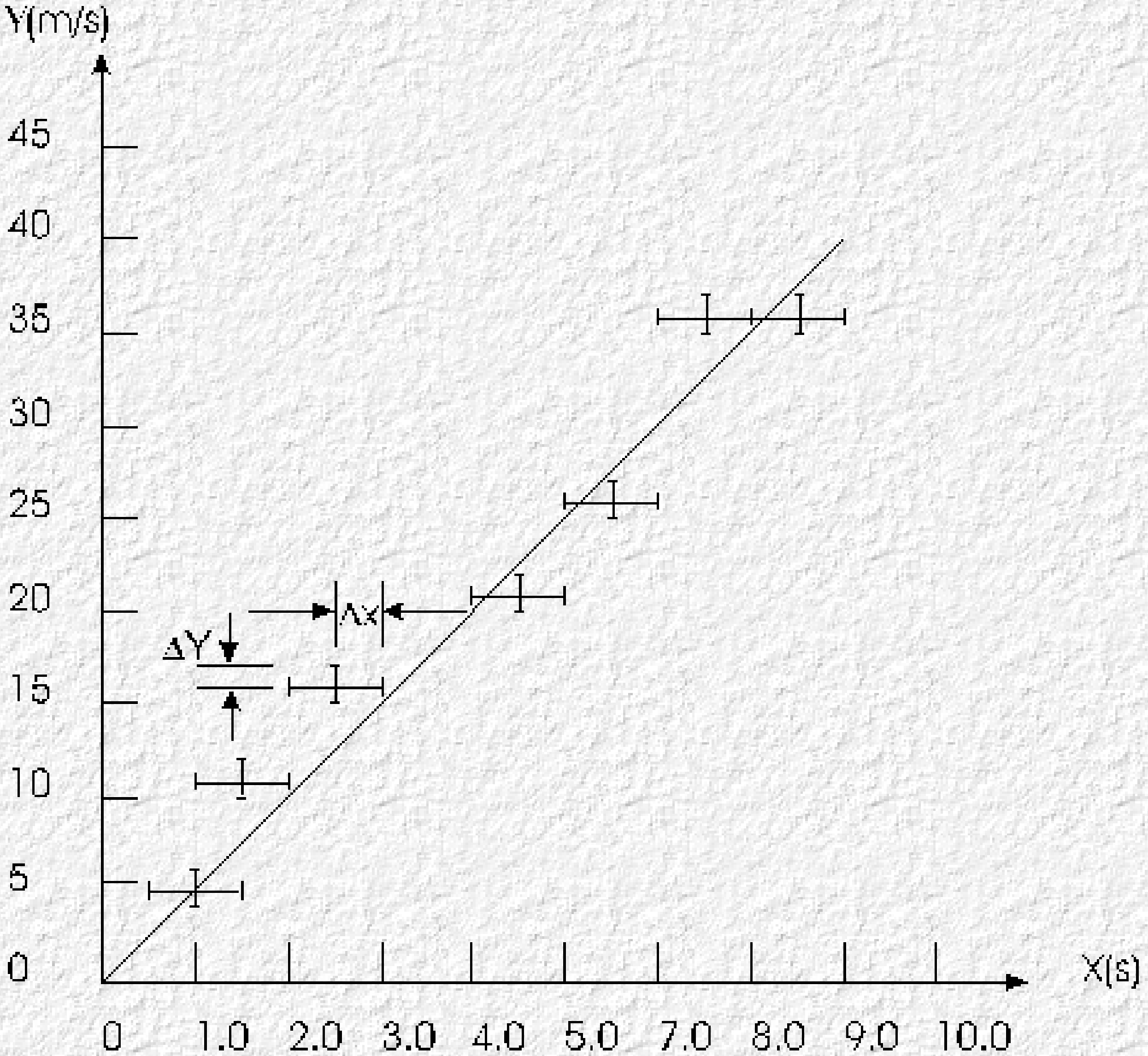


Fig2. Gráfica típica de datos experimentales.

Método de los mínimos cuadrados para regresión lineal.

Los datos de la fig.2 obedecen a un conjunto de datos n =7, que se pueden ilustrar en la tabla I.

x (± 0.5s)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
y (± 2m/s)	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7

Tabla I. Representación esquemática de la manera de presentar datos tabulados.

Se destaca aquí el rótulo de las variables, sus unidades respectivas y la incertidumbre. A cada dato de x se le designará el nombre genérico x_i , de igual manera se hará con los datos de y. De esta forma cuando aparezca el símbolo $\sum x_i$ se está simbolizando la operación de tomar cada dato de la fila x y sumarlos. El símbolo $\sum y_i^2$ representa tomar cada dato de la fila y, elevarlo al cuadrado y sumarlos, y de manera análoga el símbolo $\sum x_i y_i$ consiste en tomar un dato de la fila x, multiplicarlo con su pareja de la fila y, y finalmente sumar los resultados.

Una vez entendida esta representación, se puede aplicar el método de regresión lineal por mínimos cuadrados. Este consiste encontrar la recta que mejor se ajusta a los datos experimentales. Se basa en un método estadístico que busca minimizar la distancia entre cada punto experimental y la recta buscada, es decir, en minimizar la desviación standard. El análisis estadístico de este problema, demuestra que la recta buscada, cuya ecuación genérica es Y=mX+b, donde m es la pendiente (inclinación de la recta) y b el intercepto (posición donde la recta corta el eje y), está dada por las fórmulas :

$m = \dfrac{n\sum x_i y_i - \left(\sum x_i\right)\left(\sum y_i\right)}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$	**(12a)**
$b = \dfrac{\left(\sum x_i^2\right)\sum y_i - \left(\sum x_i\right)\left(\sum x_i y_i\right)}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$	**(12b)**

De esta manera, puede hallarse la recta que mejor se ajusta a los datos experimentales. Pero existe un pequeño problema adicional, y es que el método se ajusta a cualquier tipo de datos, sea que tengan tendencia lineal o no. Lo cual quiere decir que si se introducen datos que corresponden a una tendencia polinomial, el método encuentra una recta de todos modos, lo cual es una incongruencia. Afortunadamente este problema puede obviarse calculando un parámetro adicional que se llama **coeficiente de correlación R^2,** que se obtiene mediante la relación :

(13)

Al evaluarse este parámetro, se obtiene un valor entre cero y uno, el cual indica el grado de ajuste entre los datos experimentales y la recta calculada. La calidad del ajuste es mayor cuanto más cercano a uno (1) sea el valor del coeficiente de correlación. Esto permite un criterio certero para juzgar la tendencia lineal de los datos.

Solo queda por resolver una cuestión, ¿Cuál es la incertidumbre estadística en los resultados de la regresión lineal ? En este caso, la desviación standard σ_y es :

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum\left(y_i - b - mx_i\right)^2} \qquad (14)$$

La desviación standard de la media σ_{my} es :

$$\sigma_{my} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}} \qquad (15)$$

y para cada y_i, el resultado que se reporta es :

$$y_i \pm \sigma_{my} \qquad (16)$$

Para concluir esta parte teórica, solo queda añadir que las calculadoras científicas tienen incorporada una rutina de cálculo que realiza rápidamente la evaluación de pendiente, intercepto y coeficiente de correlación para un conjunto de datos dado, cuando se programa en el modo estadístico. Para ello debe consultarse el manual respectivo de su calculadora. Igualmente las hojas electrónicas realizan con rapidez y en un entorno gráfico, la evaluación de estos parámetros.

Regresar a la página principal

LINEALIZACION DE TENDENCIAS LOGARITMICAS

Cuando se grafican datos de dos variables medidas experimentalmente, es frecuente que no se presente una dependencia lineal entre ellas. Usualmente se presentan curvas en las que no es fácil decidir el tipo de dependencia que existe entre las variables. En este laboratorio, se van a dar las pautas para decidir si la curva de datos experimentales sigue una tendencia exponencial, es decir donde la relación entre dos variables experimentales medidas se ajusta a una función del tipo $Y = A \cdot C^{\alpha x}$, donde A, C y ∝ son constantes reales. Para ello, se hará uso del papel semilogarítmico y de las técnicas de linealización con base en las propiedades de los logaritmos. En caso de que la tendencia de los datos sea de tipo exponencial, el paso a seguir es determinar los valores de A y ∝ , esto solo es posible mientras que C, la base de la potencia, sea conocida.

Fundamentos teóricos

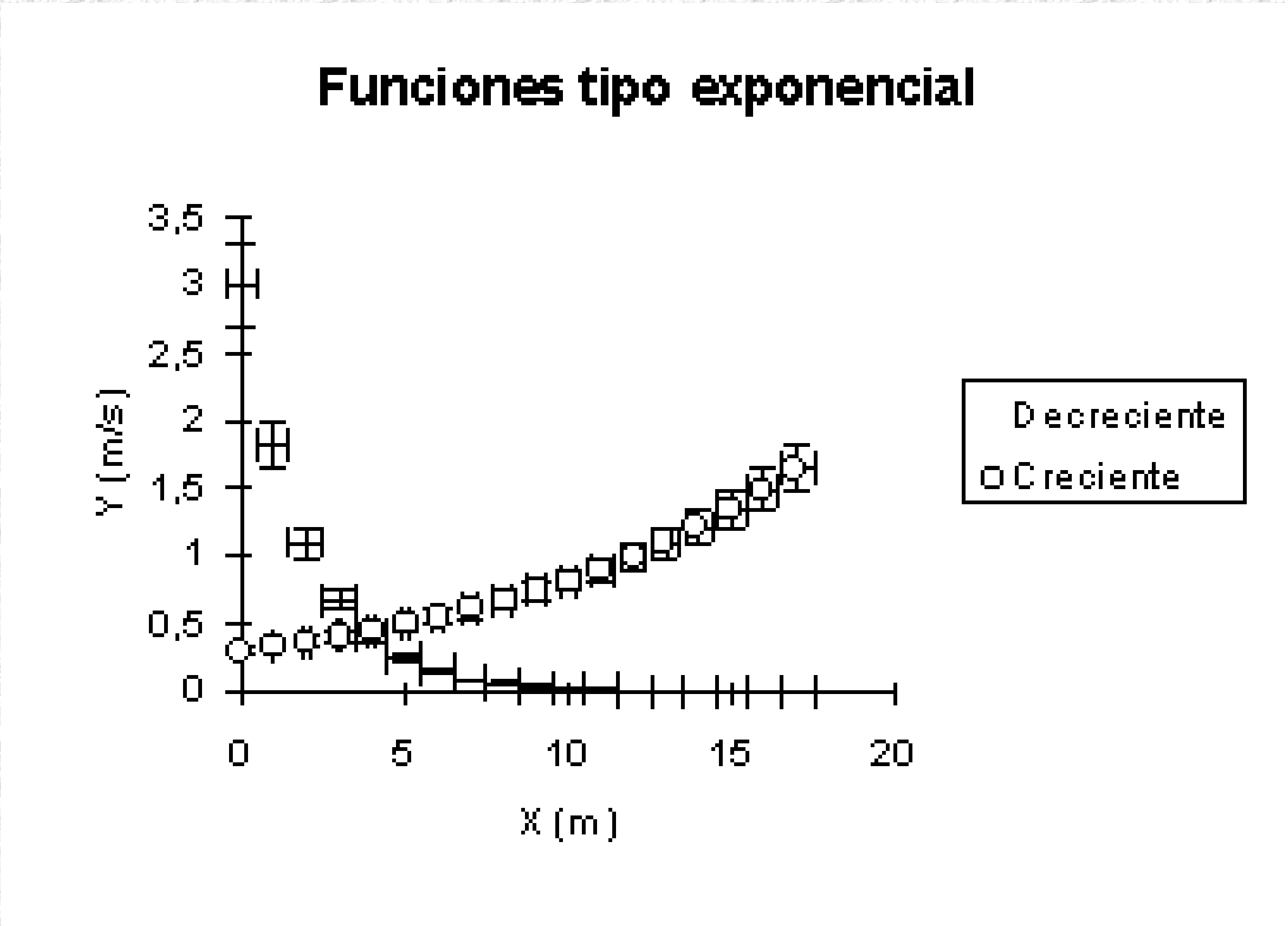


Fig 4. Datos experimentales que aparentan tener tendencia exponencial.

Una función exponencial a primera vista puede reconocerse cuando hay un rápido crecimiento de una variable a medida que aumenta la otra (exponencial creciente), o porque una variable tiende asintóticamente hacia un cierto valor constante a medida que se incrementa indefinidamente la otra (exponencial decreciente), como se aprecia en la fig. 4. Sin embargo, esto no es criterio certero, pues dependiendo de los valores de A, C y ∝ , suele ocurrir que el crecimiento o la tendencia asintótica de la función no sea tan evidente. Para decidir este tipo de comportamiento exponencial de manera rápida suele usarse el papel semilogarítmico (fig.5).

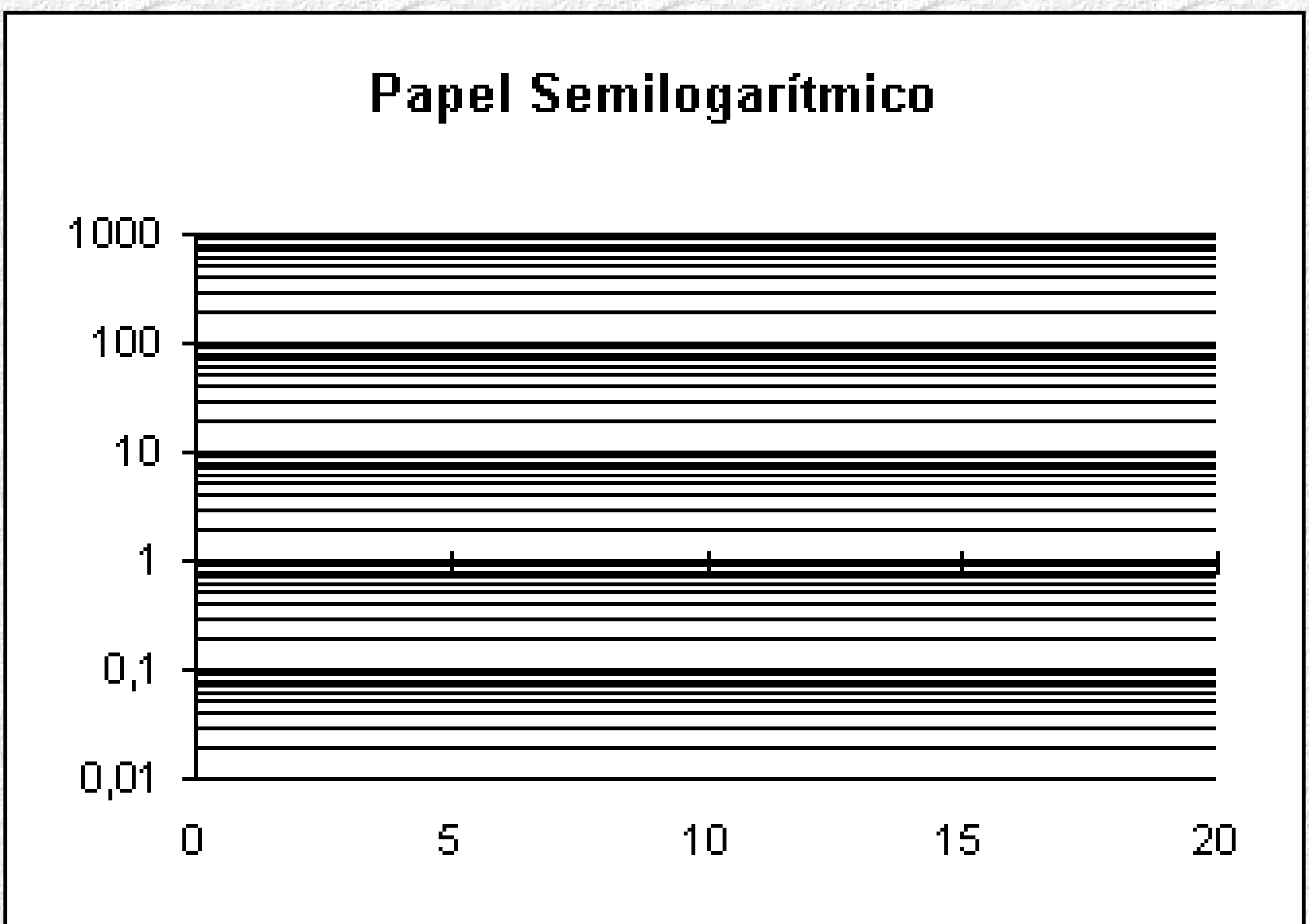


Fig5. En el papel semilogarítmico mostrado pueden graficarse datos que crecen aceleradamente hasta 100.000 (10^5) veces su valor inicial.

Este tipo de papel posee la característica de tener escala milimetrada, o normal, en su eje horizontal y escala exponencial en su eje vertical. De esta forma, la unidad principal en su eje vertical está dada por potencias de diez. En la fig.5 puede observarse cómo graficar valores que se extienden verticalmente desde el rango 0.01 hasta 1000 unidades.

Cuando se grafican datos en un papel semilogarítmico, y su tendencia en este tipo de papel es lineal, puede asegurarse que las variables graficadas obedecen a una relación exponencial, como se observa en la fig.6. El hecho de que al graficarse una función exponencial en papel semilogarítmico se obtenga una línea recta, se debe a un simple cambio de escala en el eje vertical que produce la impresión visual de una tendencia rectilínea.

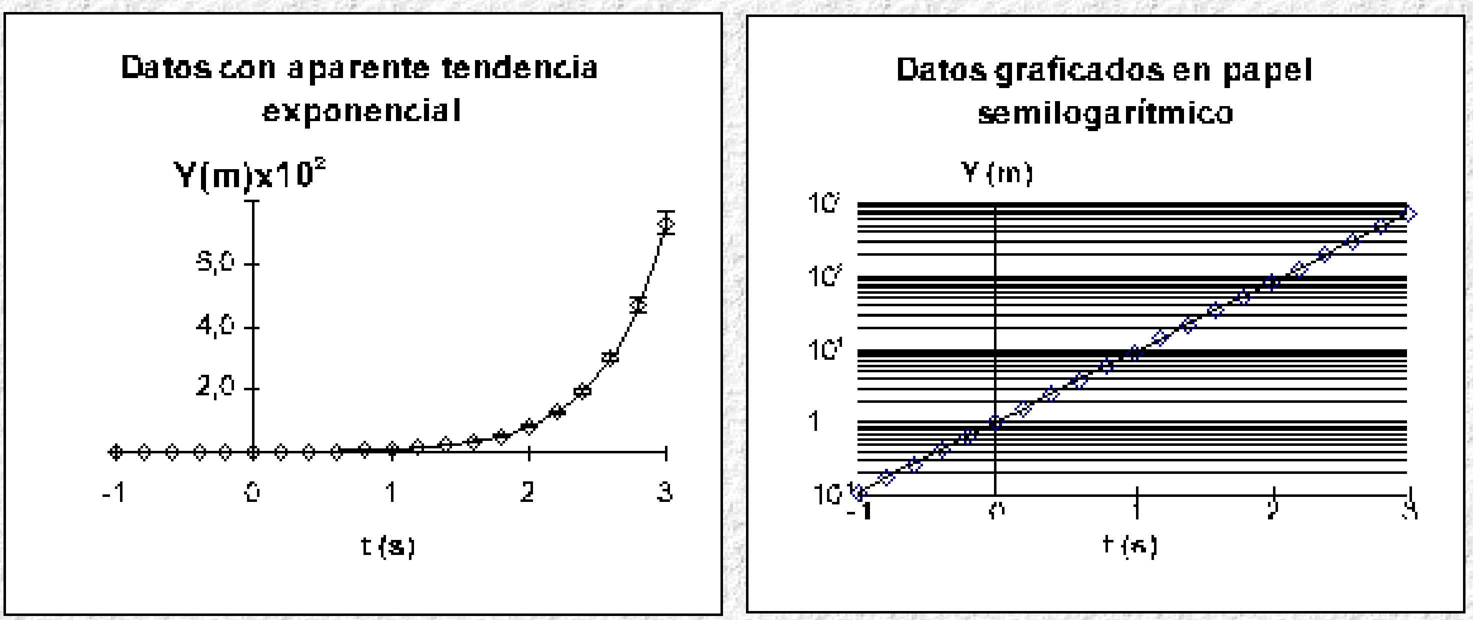


Fig6. Comparación entre datos graficados en a) Papel milimetrado y b) Papel semilogarítmico.

Una vez que se obtiene esta tendencia lineal en papel semilogarítmico, el paso a seguir es hallar la ecuación que rige la tendencia de los datos. Para ello debe linealizarse la función expresada en la fig.6a.

El número de Euler.

Se sabe que por ser exponencial, la ecuación que rige esta tendencia está dada por :

$$y = A \cdot C^{ax} \qquad (18)$$

Donde, como se mencionó anteriormente, debe conocerse C de antemano. Una gran variedad de fenómenos físicos curiosamente obedece a la base e =2.71828.., el cual es conocido como número de Euler. Este número irracional es la base de los logaritmos neperianos o naturales.

Para familiarizarse un poco con este número, se enuncian a continuación algunas de sus propiedades, y se aclara la notación usada. Por ejemplo e^x significa 2.71828.. elevado a la

x. Algunos libros usan la notación exp(x) para decir lo mismo. Así, e^3 representa 2.71828... elevado al cubo, que expresado en forma de ecuación es :

$$e^3 = (2.71828...)^3 = 20.0855 \qquad (19)$$

El logaritmo natural toma como base el número de Euler, esto se puede expresar como $\log_e = \ln$. Al definirse el logaritmo como el número al cual debe elevarse la base para obtener la potencia, la ec.19 puede expresarse también así :

$$\log_e 20.0855 = \ln 20.0855 = 3 \qquad (20)$$

Puede observarse que e^x y ln x son funciones inversas, porque se cumple :

$$\log_e e = \ln e = 1 \qquad (21)$$

Expuestas las propiedades del número de Euler, y debido a su frecuencia de aparición en sinnúmero de fenómenos físicos, en lo subsiguiente se usará este número como base para el tratamiento teórico de este laboratorio.

Linealización de gráficas de funciones exponenciales.

Adoptando como base el número de euler, la ec.18 queda expresada como :

$$y = Ae^{\alpha x} \qquad (22)$$

La linealización es una técnica matemática para hallar la ecuación que rige dos variables dependientes, mediante la transformación de la gráfica de la función en una línea recta, con el objeto de interpretar el significado físico de la pendiente y el intercepto obtenidos. Esto significa que en la ec.22 deben hallarse los valores de A y α , e interpretarlos físicamente. Para hallar A y α , se procede a aplicar logaritmos a la ec.22, así :

$$\ln y = \ln Ae^{\alpha x} = \ln A + \ln e^{\alpha x} = \ln A + \alpha x \cdot \ln e = \alpha x + \ln A \qquad (23)$$

Si hacemos una sustitución en la que cambiemos ln*y* por una nueva variable $\tilde{Y}$, la ec.23 se transforma en :

$$\tilde{Y} = \alpha x + \ln A \qquad (24)$$

La cual, por comparación con la ecuación general de la recta :

$$Y = mx + b \qquad (25)$$

arroja como resultado las siguientes identidades :

$$pendiente, m = \alpha \quad (26a)$$

$$intercepto, b = \ln A \quad (26b)$$

Interpretación de resultados.

El tratamiento teórico anterior es el soporte matemático para encontrar los valores de A y α que estamos buscando, para lograr construir la ecuación exponencial que rige la tendencia de los datos. Esto se logra mediante el siguiente procedimiento :

1. Se construye una tabla de Y vs X, y se grafica en papel milimetrado, si se intuye una tendencia exponencial se procede a graficar los datos en papel semilogarítmico, y si se obtiene una tendencia rectilínea, se inicia el tratamiento de linealización.
2. Se construye ahora una tabla de lny vs X, y se grafica en papel milimetrado, lo cual debe dar como resultado una recta. Con los datos de la tabla lny vs X se calcula la pendiente de esta recta, su intercepto, su coeficiente de correlación y su desviación standard de la media.
3. Se encuentra la ecuación de la función exponencial. La pendiente calculada corresponde directamente al valor de α buscado. El intercepto b corresponde al valor ln A. Es decir :

$$\text{intercepto} = b = \ln A \quad (27)$$

Luego, para hallar A se tiene la ecuación equivalente :

$$e^{b} = e^{(intercepto)} = e^{\ln A} = A \quad (28)$$

De esta manera, la ecuación de la función exponencial es :

$$y = e^{intercepto} \cdot e^{pendiente \cdot x} = e^{b} \cdot e^{m \cdot x} = e^{mx+b} \quad (29)$$

4. Se calcula el coeficiente de correlación, para analizar la correspondencia entre los datos experimentales con la ecuación exponencial encontrada, y luego se calcula la desviación standard de la media, para tener una medida de su dispersión.

5. Finalmente se busca la interpretación física de la ecuación, esto es, la correspondencia entre la pendiente y el intercepto calculados, con variables físicas medidas.

Regresar a página principal

LINEALIZACION DE TENDENCIAS POLINOMICAS SIMPLES

En este trabajo, se van a dar las pautas para decidir si la curva de datos experimentales sigue una tendencia polinómica, es decir donde la relación entre dos variables experimentales medidas se ajusta a una función del tipo $Y = A \cdot X^n$, donde A, y n son constantes reales. Para ello, se hará uso del papel logarítmico y de las técnicas de linealización con base en las propiedades de los logaritmos. En caso de que la tendencia de los datos sea de tipo polinómica, el paso a seguir es determinar los valores de A y n.

Fundamentos teóricos

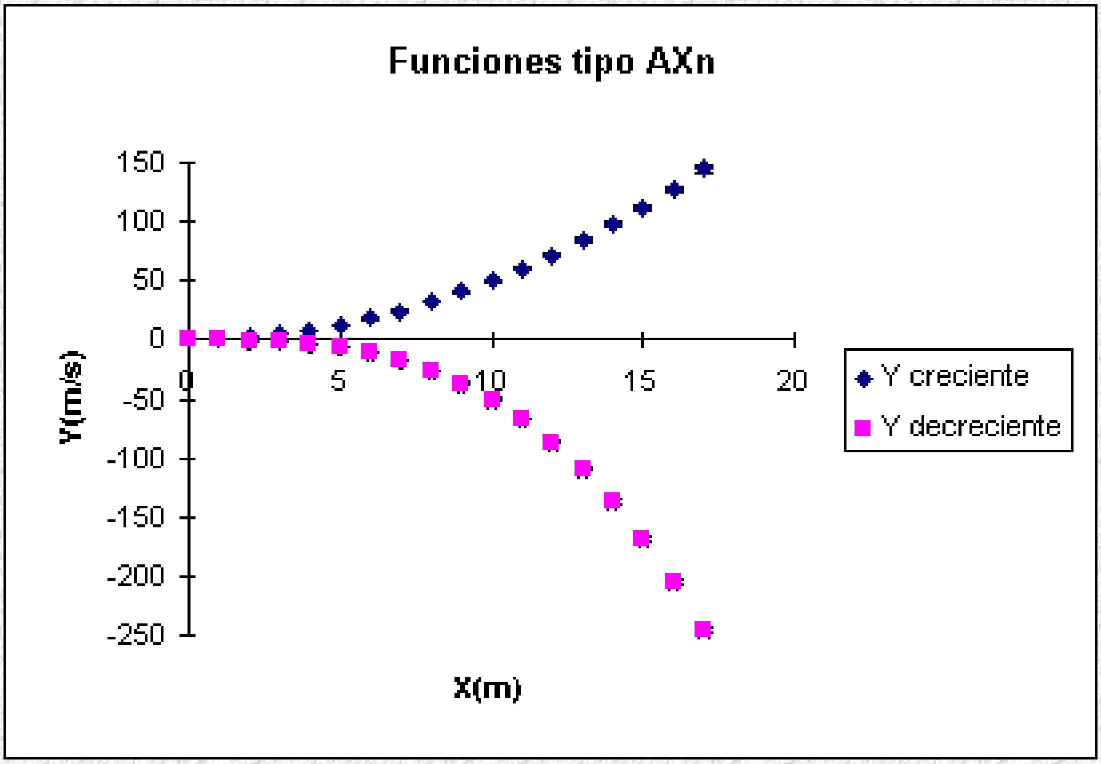


Fig.7. Datos experimentales que aparentan tener tendencia polinómica.

Una función polinomial a primera vista no puede reconocerse fácilmente, pues cabe la posibilidad de que la curva representada en la fig7. sea de tipo exponencial. Para decidir este tipo de comportamiento polinomial de manera rápida suele usarse el papel logarítmico (fig.8).

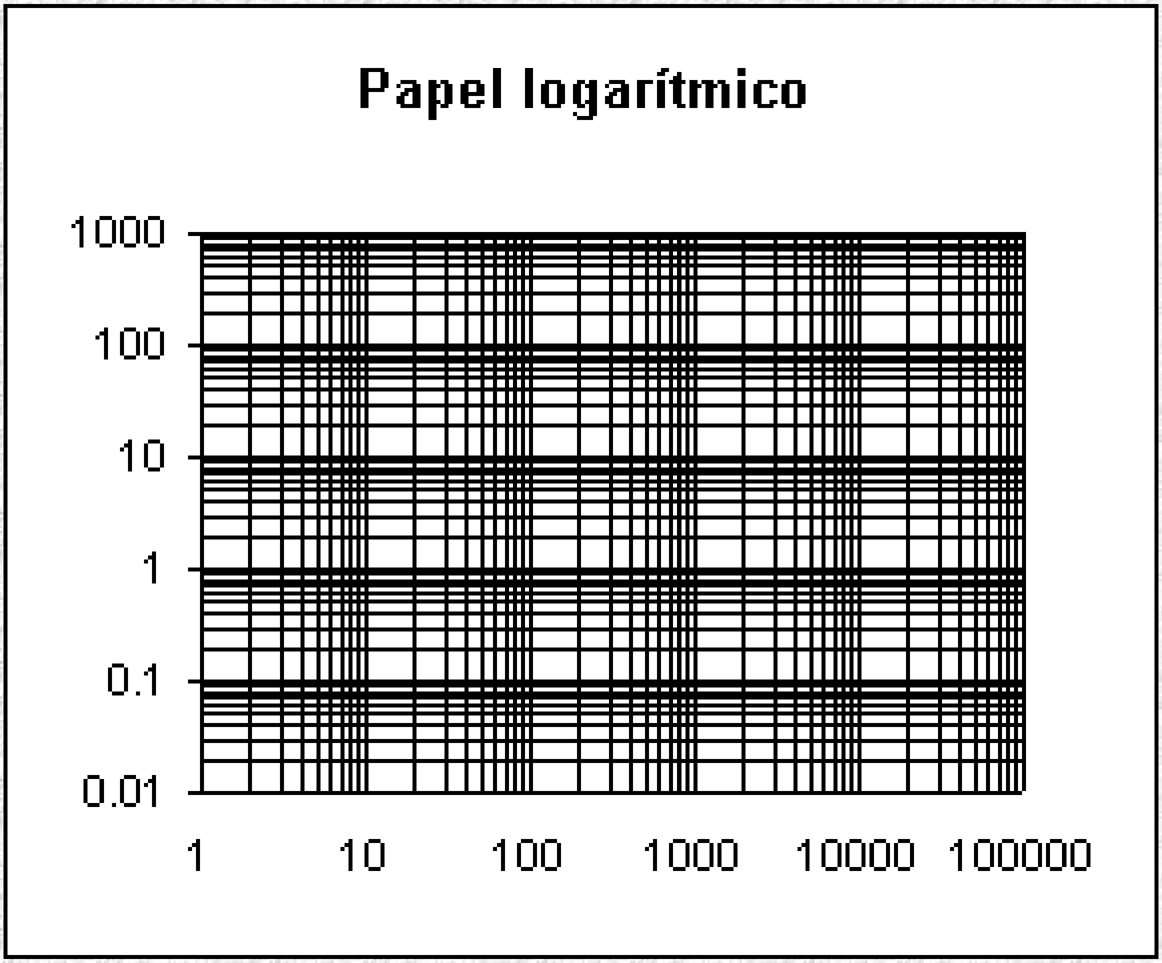
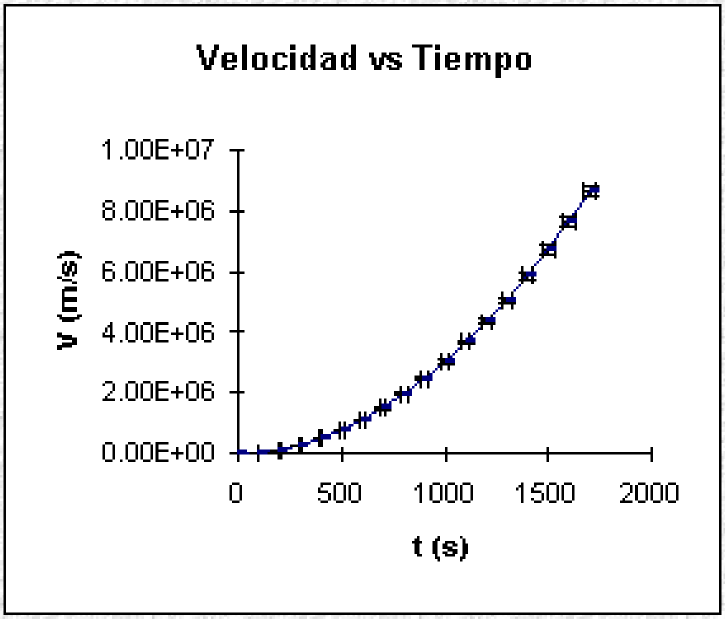


Fig.8. En el papel logarítmico mostrado pueden graficarse datos que crecen aceleradamente hasta 100.000 (10^5) veces su valor inicial.

Este tipo de papel posee la característica de tener ambas escalas dadas en potencias de diez. En la fig.8 puede observarse cómo graficar valores que se extienden horizontal y verticalmente hasta 100000 veces su valor inicial.

Cuando se grafican datos en un papel logarítmico, y su tendencia en este tipo de papel es lineal, puede asegurarse que las variables graficadas obedecen a una relación polinomial, como se observa en la fig.9. El hecho de que al graficarse una función polinomial en papel logarítmico se obtenga una línea recta, se debe a un simple cambio de escala en el eje vertical que produce la impresión visual de una tendencia rectilínea.



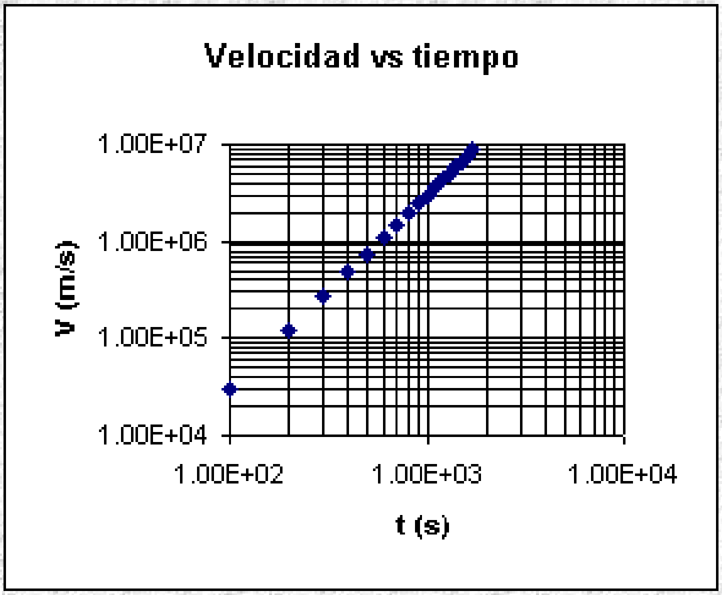
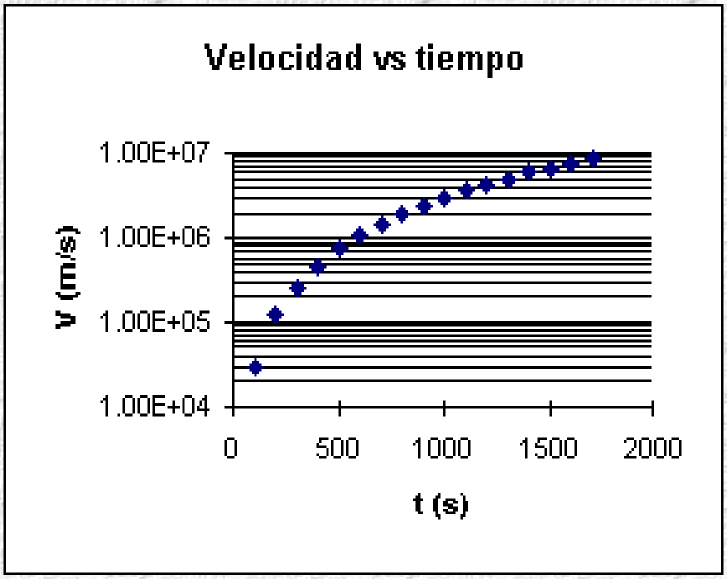


Fig.8. Comparación entre datos graficados en

a)papel milimetrado y b) papel logarítmico

De igual manera puede efectuarse una comparación entre los datos graficados en papel semilogarítmico y logarítmico (fig 9). El hecho de que no se observe una tendencia rectilínea en el papel semilogarítmico y en vez de ello, sea lineal en el logarítmico, asegura que la tendencia de los datos obedece a una tendencia exponencial y viceversa.



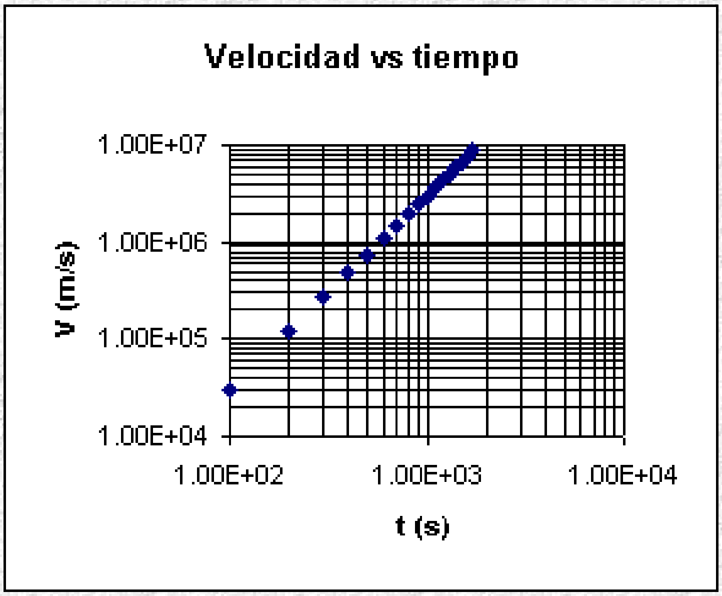


Fig.9. Comparación entre datos graficados en

a)papel semilogarítmico y b) papel logarítmico

Una vez que se obtiene esta tendencia lineal en papel logarítmico, el paso a seguir es hallar la ecuación que rige la tendencia de los datos. Para ello debe linealizarse la función expresada en la fig.8a.

Linealización de gráficas de funciones exponenciales.

Las funciones polinómicas simples obedecen a la ecuación : :

$$y = Ax^n \qquad (30)$$

La linealización es una técnica matemática para hallar la ecuación que rige dos variables dependientes, mediante la transformación de la gráfica de la función en una línea recta, con el objeto de interpretar el significado físico de la pendiente y el intercepto obtenidos. Esto significa que en la ec.30 deben hallarse los valores de A y n, e interpretarlos físicamente. Para hallar A y n, se procede a aplicar logaritmos a la ec.30, así :

$$\ln y = \ln Ax^n = \ln A + \ln x^n = \ln A + n \cdot \ln x \qquad (31)$$

Si hacemos una sustitución en la que cambiemos ln*y* por una nueva variable $\tilde{Y}$, y lnx por $\tilde{x}$ la ec.31 se transforma en :

$$\tilde{Y} = n \cdot \tilde{x} + \ln A \qquad (32)$$

La cual, por comparación con la ecuación general de la recta :

$$Y = mx + b \qquad (33)$$

arroja como resultado las siguientes identidades :

$$\text{pendiente}, m = n \qquad (34a)$$

$$\text{intercepto}, b = \ln A \qquad (34b)$$

Interpretación de resultados.

El tratamiento teórico anterior es el soporte matemático para encontrar los valores de A y n que estamos buscando, para lograr construir la ecuación polinomial que rige la tendencia de los datos. Esto se logra mediante el siguiente procedimiento :

1. Se construye una tabla de Y vs X, y se grafica en papel milimetrado, si se intuye una tendencia polinomial se procede a graficar los datos en papel logarítmico, y si se obtiene una tendencia rectilínea, se inicia el tratamiento de linealización.
2. Se construye ahora una tabla de lny vs lnX, y se grafica en papel milimetrado, lo cual debe dar como resultado una recta. Con los datos de la tabla lny vs lnX se calcula la pendiente de esta recta, su intercepto, su coeficiente de correlación y su desviación standard de la media.
3. Se encuentra la ecuación de la función polinomial. La pendiente calculada corresponde directamente al valor de n buscado (el grado del polinomio). El intercepto b corresponde al valor ln A. Es decir :

   intercepto = $b = \ln A \qquad (35)$

Luego, para hallar A se tiene la ecuación equivalente :

$$e^{b} = e^{(\mathrm{intercepto})} = e^{\ln A} = A \qquad (36)$$

De esta manera, la ecuación de la función polinomial es :

$$y = e^{\mathrm{intercepto}} \cdot X^{\mathrm{pendiente}} = e^{b} \cdot X^{m} \qquad (37)$$

4. Se calcula el coeficiente de correlación, para analizar la correspondencia entre los datos experimentales con la ecuación exponencial encontrada, y luego se calcula la desviación standard de la media, para tener una medida de su dispersión.

5. Finalmente se busca la interpretación física de la ecuación, esto es, la correspondencia entre la pendiente y el intercepto calculados, con variables físicas medidas.

Regresar a página principal

TECNICAS DE LINEALIZACION

Cuando los datos graficados no obedecen a ninguna de las anteriores tendencias, puede intentarse (aunque no es seguro que el proceso sea exitoso), una técnica de linealización mediante cambios de variable, para reducirlos a ecuaciones de la forma elemental de la recta $Y = m \cdot X + b$. Veamos dos ejemplos muy frecuentes:

Efecto de la adición de una constante.

Datos que obedecen a la ecuación $Y = A \cdot X^n$ aparecen como rectas en papel logarítmico, sin embargo si solo se le añade una constante, quedando una ecuación de la forma $Y = A \cdot X^n + C$ NO aparecerán como una recta al graficarse en papel logarítmico. En ese caso se efectúa lo siguiente :

- Como la constante es conocida, pues es el valor experimental de Y cuando X es igual a cero, se pasa a restar la constante en la ecuación quedando $Y - C = A \cdot X^n$
- Se aplica logaritmos a ambos lados de la identidad.

$$\ln(Y - C) = \ln(A \cdot X^n) = n \cdot \ln X + \ln A$$

El resultado es una recta de pendiente n, e intercepto lnA.

Esto significa que al graficar en papel logarítmico (Y-C) vs X dará como resultado una recta, o lo que es lo mismo : al graficar ln(Y-C) vs lnX en papel milimetrado se obtendrá la misma recta, y se puede efectuar la regresión lineal usando como datos de X a lnX, y como datos de Y a ln(Y-C).

Algo similar puede aplicarse al caso de funciones exponenciales tipo $Y = A \cdot e^{\alpha x} + C$

Producto de función polinómica y exponencial.

Si se busca que los datos experimentales correspondan a una función del tipo $Y = AX^n e^{\alpha x} + C$, donde se desconocen los valores de α y A, se procede así :

- Se pasa a restar la constante : $Y - C = AX^n e^{\alpha x}$
- Se pasa a dividir el polinomio : $\dfrac{Y - C}{X^n} = Ae^{\alpha x}$
- Se aplica logaritmo a la identidad : $\ln\left(\dfrac{Y - C}{X^n}\right) = \alpha x + \ln A$

Esto significa que al graficar $\ln\left(\frac{Y-C}{X^n}\right)$ vs lnX en papel milimetrado se obtendrán los valores de α y A, a partir de la pendiente y el intercepto de la recta obtenida.

UN EJEMPLO MUY FRECUENTE EN LA MECÁNICA.

Determinación del coeficiente de rozamiento y de la constante gravitacional a partir de un bloque y un plano inclinado.

Como se sabe, de la aplicación de las leyes de newton a un bloque sobre un plano inclinado, se obtiene la ecuación :

$$a = g\,\mathrm{sen}\,\theta - \mu g \cos\theta$$

Evidentemente al graficar la aceleración (obtenida tomando el tiempo que demora el bloque en deslizarse por el plano inclinado) en función del ángulo de inclinación del plano, nunca se obtendrá una recta porque hay funcines trigonométricas involucradas.

En vez de ello, vamos a hacer un pequeño truco :

Dividimos toda la ecuación entre cosθ , quedando :

$$\frac{a}{\cos\theta} = g\tan\theta - \mu g$$

Si graficamos $\frac{a}{\cos\theta}$ contra tanθ en papel milimetrado obtrendemos una recta, pues $\frac{a}{\cos\theta}$ hace el papel de Y en la ecuación, y tanθ hace el papel de X, quedando :

$$Y = gX - \mu g$$

Se obtiene la pendiente y el intercepto de esos datos mediante una regresión lineal. Según eso, la pendiente debe ser muy cercana al valor de g, la constante gravitacional, y el valor de μ se halla dividiendo el intercepto entre la pendiente ! ! ! !

Todo ello fué obtenido mediante la recolección de datos experimentales, y una adecuada linealización. Eso nos ilustra sobre la potencia del método. Naturalmente, hay situaciones en las cuales las funciones son imposibles de linealizar, pero vale la pena intentarlo en muchos casos, pues en física básica la mayoría de las veces, y debido a la simplifación de los modelos, estamos tratando con funciones bastante simples.

Regresar a la página principal

COMO ANALIZAR LOS RESULTADOS DEL TRATAMIENTO ESTADISTICO

Cuando se ha efectuado todo el tratamiento estadístico de datos, el resultado es que se conoce el tipo de dependencia entre dos variables (lineal, logarítmica, exponencial, polinomial, otras) con su respectiva incertidumbre. Eso permite comparar con el comportamiento predicho por la teoría y establecer conclusiones propias: los datos no mienten, y la predicción puede estar fallando por insuficiencias en el modelo teórico. El tratamiento estadístico de datos proporciona un buen criterio (argumentos) para que los estudiantes saquen sus propias conclusiones en apoyo o eventual mejora del modelo teórico identificadas las posibles causas de la insuficiencia de la teoría.

Veamos algunos ejemplos:

1. El profesor propone a los estudiantes soltar una pelota desde una altura fija, y registrar con fotocompuertas el tiempo que tarda en pasar por diferentes alturas. El estudiante efectúa la gráfica de la distancia recorrida Y (en cm) y el tiempo en segundos sobre papel milimetrado y obtiene una parábola. Luego hace la gráfica en papel logarítmico y obtiene una recta. De ahí puede calcular su pendiente, su coeficiente de correlación cercano a uno, y el intercepto. Cuál es la interpretación física de esa pendiente?

De acuerdo con la teoría, La ecuación que relaciona la distancia recorrida en caída libre es

$$Y=gt^2/2$$

Graficar en papel logarítmico Y vs t, es el equivalente de graficar en papel milimetrado log Y vs log t. Por consiguiente se le aplica logaritmos a la anterior fórmula obteniendo:

$$\ln Y= 2t+\ln(g/2)$$

La ecuación nos dice que los datos experimentales, si fueron bien tomados y tratados, deben arrojar una pendiente cercana a 2. (comportamiento cuadrático), y que el intercepto corresponde a ln(g/2). Esto nos proporciona un método para hallar g experimentalmente porque:

$$\text{intercepto}=\ln(g/2)$$

$$\text{luego } g=2e^{\text{intercepto}}$$

De acuerdo con las unidades empleadas, el valor de g debe ser cercano a 980 (cgs). Además podemos estimar la incertidumbre de g que nos proporciona el método, pues la regresión lineal nos proporciona el valor de la desviación standard del incercepto.

2. En un circuito eléctrico simple con una fuente variable y una resistencia, el profesor propone efectuar mediciones de corriente contra voltaje. Después de la linealización el estudiante obtiene una recta con un coeficiente de correlación cercano a la unidad, y con un intercepto diferente de cero. Cómo se interpreta?

A la luz de la teoría, la relación entre corriente y voltaje está dada por la ley de ohm: V=IR, donde V es el voltaje medido, I es la intensidad de corriente medida, y R es la resistencia.

Si el estudiante graficó V (en Voltios) en el eje Y, e I (en miliamperios) en el eje X, la pendiente obtenida es el valor de R, por comparación con la ley de ohm. Las unidades de esa pendiente serán las del eje Y dividida entre las del eje X (voltios/miliamperio), lo cual dada una resistencia dada en Kiloohms.

Igualmente la ley de ohm predice que el intercepto de ese gráfico debe ser cero. Como el estudiante obtuvo un intercepto diferente de cero, debe explicar la razón de la discrepancia. El hecho de que la tendencia lineal permanezca inalterada hace suponer que hubo un error sistemático durante todo el experimento, y que todos los datos del voltímetro tienen añadida la misma constante. Para una corriente de cero, el voltaje debería también ser cero. La única explicación posible es que el aparato (voltímetro) presenta un corrimiento del cero, el cual se reprodujo en todos los datos. Así que hay que calibrar de nuevo el aparato. Pero los datos sirven, pues una vez detectado ese fallo experimental, puede restársele ese valor a todos los datos experimentales de voltaje obtenidos.

Si por el contrario, el estudiante graficó corriente en el eje Y, versus voltaje en el eje X, de acuerdo con la ley de ohm: I=V/R, la pendiente obtenida corresponderá al inverso de la pendiente.

Para un ejemplo más complejo haz click aqui

Regresar a la página principal

GUIA PARA PRESENTACION DE INFORMES DE LABORATORIO

La propuesta que hemos venido manejando varios profesores del Departamento de Física P.U.J. es adoptar el esquema de presentación de artículos científicos, adaptado lógicamente a los fines docentes que nos proponemos. Pensamos que es una forma bastante sintética, clara y que permite al estudiante expresar sus ideas en su propio estilo, sin romper con el rigor establecido entre la comunidad profesional de ingenieros y científicos.

Esquema para presentación de informes de laboratorio.

Encabezado.

Título y número de la experiencia, nombres, fecha, y si se quiere Logo de la universidad.

1. Introducción.

Un solo párrafo destinado a resumir el propósito de la experiencia con un breve esbozo del método empleado.

2. Detalles experimentales.

Un gráfico del montaje experimental utilizado, útil para definir la nomenclatura que los estudiantes van a emplear durante los desarrollos teóricos, acompañado de un párrafo descriptivo de la forma de medición de las variables físicas.

3. Resultados y discusión.

Es definitivamente la parte más importante del informe.

Presentación adecuada de los datos experimentales en forma de tablas y/o gráficas, teniendo en cuenta su incertidumbre.

Luego se realiza una linealización de los datos, y se interpreta físicamente los significados de las pendientes e interceptos, y las cantidades obtenidas, contrastándolas con los valores predichos por la teoría. Se discute sobre la validez del método de medición empleado, sobre los presupuestos teóricos del modelo y se cuantifican las posibles causas de error tanto de la tería como del experimento.

4. Conclusiones.

El propósito es decir algo diferente a lo ya establecido en los libros. Estas conclusiones deben ser el fruto de la discusión efectuada anteriormente sobre los resultados experimentales.

5. Bibliografía.

De acuerdo con la normas ICONTEC.

A manera de ejemplo, presento a continuación un artículo sometido a proceso de arbitraje en el pasado XVIII Congreso Nacional de Física.

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN EQUIPO DE DEPOSICION DE PELICULAS DELGADAS POR SPUTTERING REACTIVO

L.C. Jimenez, H. Méndez

Grupo de Películas Delgadas, Departamento de Física

Pontificia Universidad Javeriana (Santafé de Bogotá, Colombia)

e-mail: cjimenez@javercol.javeriana.edu.co

ABSTRACT

Se diseñó y construyó una cámara de vacío para depositar películas delgadas de óxidos semioconductores por la técnica de pulverización catódica reactiva DC. Adicionalmente, con un cátodo de cobre se caracterizó el plasma en argón y una mezcla (0.9: 0.1) de argón y oxigeno. De otro lado, en los resultados se muestran los parámetros de deposición tales como presión en la cámara, distancia y tensión entre electrodos, y el espectro de radiación emitido en la descarga el cual estuvo entre 400 y 850 nm.

INTRODUCCION

El sputtering reactivo D.C. es una de las más atractivas técnicas de deposición de materiales para aplicaciones a gran escala, debido a la relativa simplicidad de los blancos y fuentes de voltaje requeridos, comparados con otras técnicas de deposición como sputtering r.f. o sputtering D.C. magnetron [1]. A continuación se dará una breve descripción del equipo construido durante el desarrollo de este trabajo.

MONTAJE EXPERIMENTAL

El sistema de pulverización de cátodo frío DC con argón o mezcla reactiva con oxígeno diseñado en este trabajo es el que se muestra en la fig.1. El equipo consta básicamente de lo siguiente: cámara cilíndrica de vidrio con bridas y tapa en acero inoxidable, DN 100 ISO, cátodo de Cu y Al refrigerados para sujetar los blancos los cuales son cilíndricos y tienen un diámetro de 70 mm, pasamuro de alta tensión en acero inoxidable, DN 32 ISO, portasustrato de cobre e inox., calentado por termocoax, cámara para efectuar la mezcla del argon y oxígeno, crisol en inox para la elaboración de blancos de Zn.

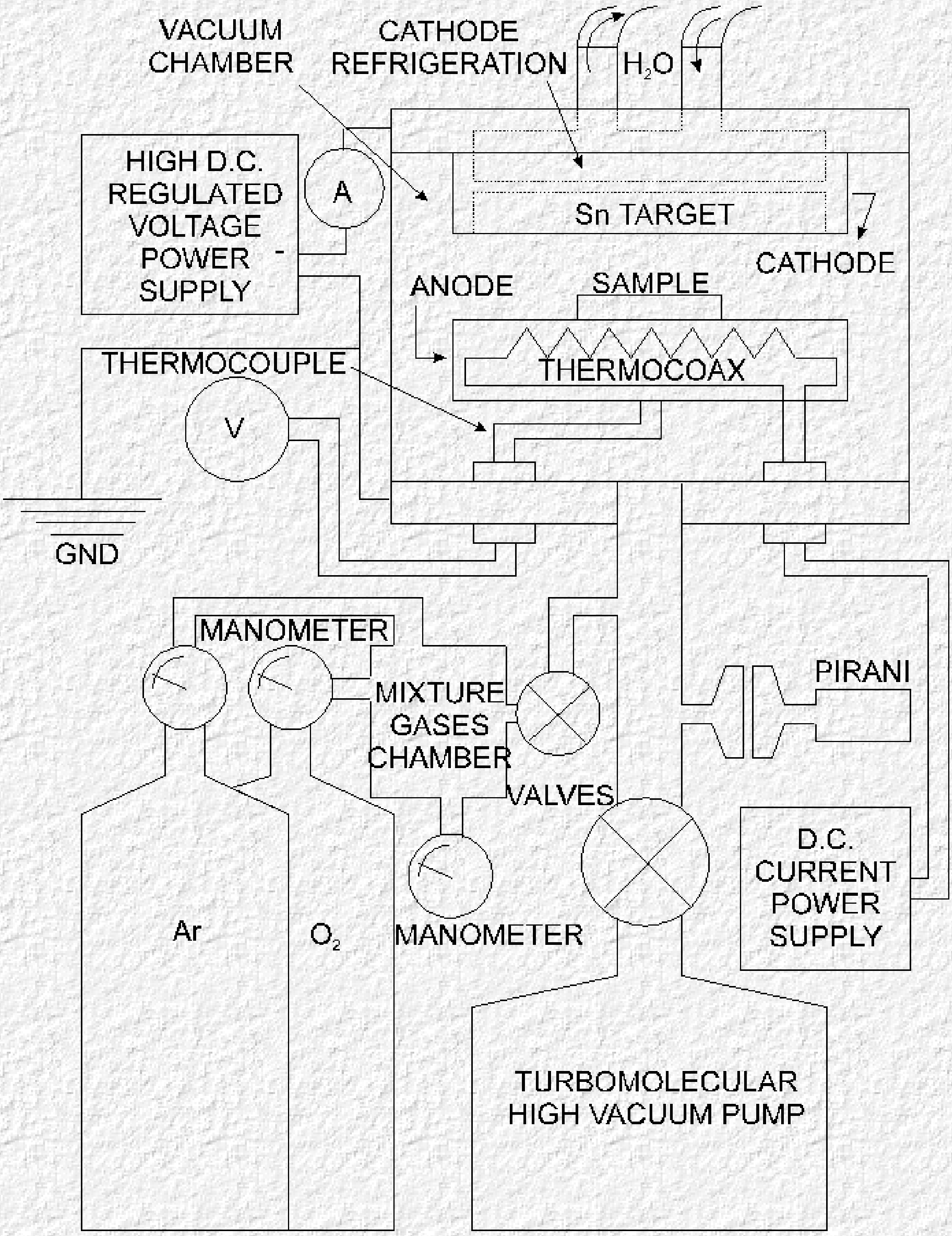


Fig.1. Diagrama de bloques del sistema de deposición de películas delgadas semiconductoras basadas en óxidos de metal.

Para efectos de la descarga se utilizó una fuente de alta tensión DC, con la cual se pueden lograr voltajes comprendidos entre 0 y 5 KV a una potencia de 1.5 KW. La medición de presión se obtuvo con detectores pirani y de cátodo frío. En cuanto al método de registro del espectro de radiación de la descarga (300-800 nm) se empleó una lente condensadora de cuarzo de 50 mm la cual tiene como fin enfocar selectivamente la radiación emitida durante la pulverización y enviarla como señal de entrada a un monocromador. El registro del espectro se almacenó automáticamente en un PC.

RESULTADOS Y DISCUSION.

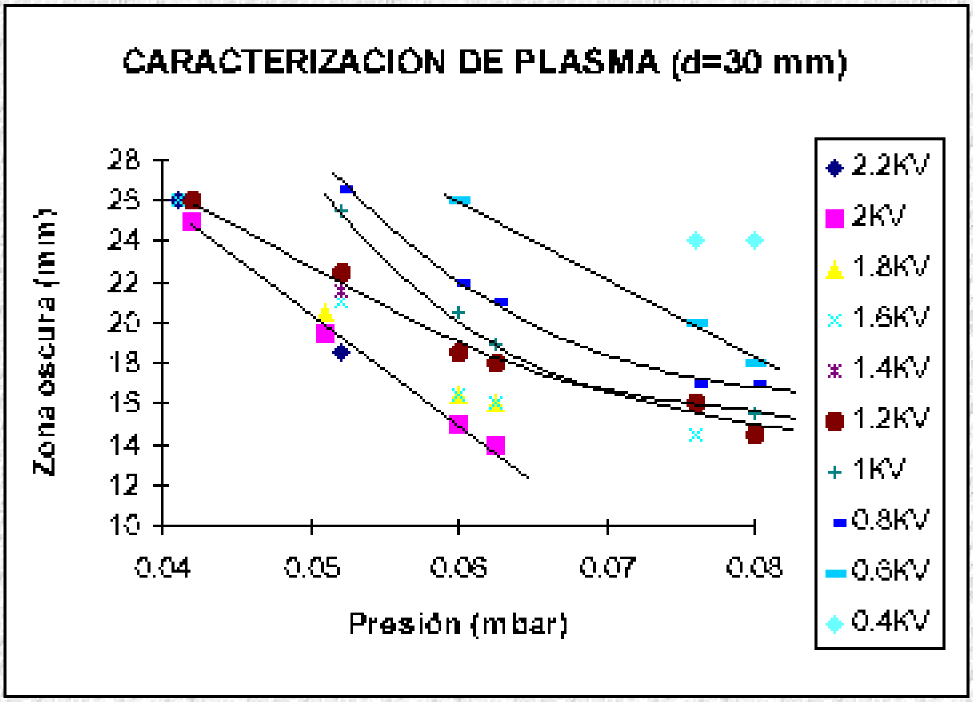


Fig.2. Variación de la zona oscura del plasma en dependencia de los parámetros de trabajo.

Para los diferentes registros de presión, tensión, corriente y distancia, se mide la zona oscura de la descarga considerada un índice estratégico para la pulverización[2].(fig.2). La dependencia entre corriente, tensión, presión y zona oscura concuerdan con las predicciones esperadas desde la teoría [3].

Obtenidos los parámetros de trabajo de presión, tensión, corriente y distancia, para una distancia de 20 mm a una presión de 5 Pa se registró el espectro de radiación del plasma entre 300 y 800 nm para 1 KV (fig.3). Allí aparecen las líneas características del argón, pero se está analizando la presencia de otras especies durante la descarga, debido fundamentalmente a las impurezas del gas y del mismo sistema de vacío.

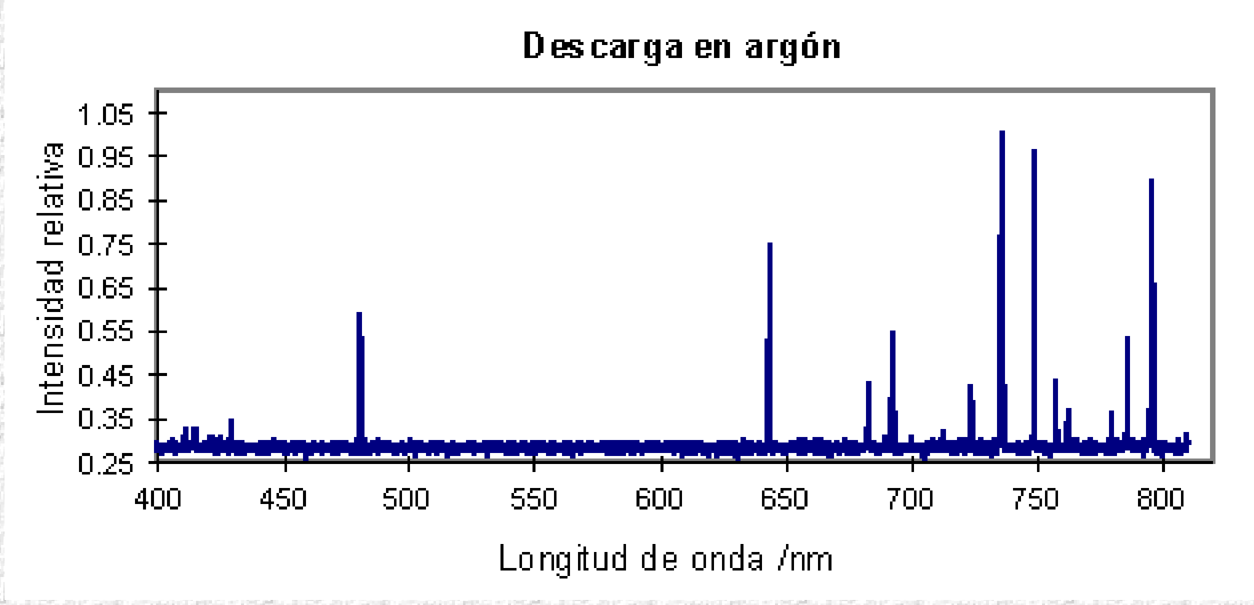


Fig.3. Espectro de emisión del plasma de Argón.

El sistema de vacío con este primer diseño, permite obtener presiones en la cámara entre 2 y 8 Pa, con una estabilidad en intervalos de tiempo mayor que 60 minutos. Para distancias de 20 a 40 mm en el rango 2 a 8 Pa 500 - 1500 VDC, que fueron las regiones estudiadas, se obtuvo un plasma localizado con una distribución altamente cilíndrica, estable, sin descargas de borde en ninguno de los electrodos.

CONCLUSIONES

Se logró poner a punto este primer diseño para pruebas de pulverización de metales o óxidos semiconductores. A partir de estos primeros resultados el paso a seguir es optimizar la regulación del flujo de los gases utilizados para la pulverización e implementar un sistema para regular la temperatura de substrato.

REFERENCIAS

[1] John A. Thornton. *Thin Solid Films*, 80 (1981) 1-11.

Regresar a la página principal

METODO SUGERIDO PARA EL DESARROLLO DEL LABORATORIO DE INTRODUCCION A LA FISICA

Dando por descontado la ejecución del programa, e independientemente del estilo y orden que se implemente, es vital el cumplimiento de cuatro objetivos fundamentales en este curso:

1. El estudiante debe manejar con destreza las leyes de Newton y sus aplicaciones.

2. Debe presentar adecuadamente los datos experimentales haciendo uso de la teoría de errorses.

3. Debe aprender a analizar gráficos y obtener información de parámetros físicos mediante técnicas de linealización de funciones.

4. Debe adquirir destreza para exponer clara y brevemente por escrito sus ideas, procedimientos y conclusiones en un informe de laboratorio.

Puesto que el trabajo de laboratorio es una parte sustancial dentro del proceso de formación, un elemento para ayudar al cumplimiento de estos objetivos es la unificación de los criterios empleados en el tratamiento de datos de laboratorio. La idea es ir guiando poco a poco al estudiante, para que vaya adquiriendo progresivamente más herramientas de análisis, hasta llegar a un punto donde el estudiante sea capaz de tomar decisiones argumentadas para diseñar el propio experimento y evaluar sus resultados.

De esta manera se propone dividir el Laboratorio de Introducción a la Física en tres etapas consecutivas: Inducción, fortalecimiento y autonomía.

Las primeras seis experiencias de laboratorio buscan familiarizar al estudiante con técnicas básicas de laboratorio : toma de medidas, errores experimentales, tratamiento estadístico de datos, propagación de error, presentación de gráficos, linealización y ajuste de curvas, e interpretación de resultados. En cada experiencia se sugieren dos o más montajes experimentales que el profesor está en libertad de proponer. Así mismo se sugiere que el profesor proponga montajes adicionales que mejoren la eficacia del aprendizaje de estas técnicas de laboratorio.

ETAPA I

INDUCCION

La idea de esta etapa es enseñar al estudiante a tomar y presentar datos, calcular la propagación de error, y a presentar y linealizar gráficas. En esta esta etapa de 4 a 6 semanas, no se exije que el estudiante presente informesde laboratorio, sino llevar un cuaderno por grupo (bitácora) a lo largo del semestre, donde se consignen losdatos experimentales, además de la presentación de un reporte semanal por grupo (o individual, como se prefiera) rferente al trabajo experimental propuesto. Asimismo cada grupo debe poseer una dote suficiente de papel milimetrado, semilogarítmico, logarítmico y calculadora científica para el trabajo de laboratorio.

Las experiencias que se proponen para esta primera etapa son:

1. Análisis estadístico de errores aleatorios.

Se trata de que los estudiantes tomen suficientes datos de una variable física bajo las mismas condiciones, de tal manera que comprendan el significado de el valor promedio, la desviación standard, la desviación standard de la media y la distribución gaussiana de medidas.

EXPERIMENTOS PROPUESTOS.

Independientemente de los detalles, se propone medir una variable que tenga alto riesgo de aleatoriedad. A continuación se proponen dos de los muchos posibles.

No 1. Dada una altura fija determinar el tiempo de caída de un cuerpo tomando un alto número de mediciones.

Materiales : Regla y cronómetro.

No 2. También la experiencia puede realizarse al revés, manteniendo un tiempo constante, medir el desplazamiento de un cuerpo sobre un plano inclinado.

Materiales : Mesa débilmente inclinada, cronómetro y cinta métrica.

El objeto del laboratorio es que el estudiante presente adecuadamente el resultado de su medición, y juzgue sobre la validez del procedimiento experimental y/o la ley que rige la caída libre de los cuerpos. Por ejemplo, haciendo una estimación del valor de la constante gravitacional obtenida experimentalmente. Además, se exige que cada estudiante elabore individualmente una gráfica de la distribución de frecuencias de las mediciones, y evalúe si en realidad estadísticamente se presenta una tendencia gaussiana, y estimar el número de datos que caen en el rango de la desviación standard.

2. Regresión lineal.

Se debe hacer énfasis en la presentación de gráficos a mano alzada con adecuada escala, unidades de medida, barras de error, líneas de tendencia y adecuada estética. De igual forma, el objeto de esta experiencia es introducir el formalismo de regresión lineal por el método de mínimos cuadrados, mediante dos variables de medición relacionadas linealmente.

EXPERIMENTOS PROPUESTOS.

Para familiarizar al estudiante con el manejo de la regresión lineal y la propagación de errores, se propone un sistema físico en el cual esté involucrada la medición de dos variables físicas relacionadas linealmente. Se proponen dos alternativas :

No. 1. Ley de Hooke.

Medición de la elongación de un resorte en función de las pesas colocadas sobre su base.

Materiales : Resorte, soporte universal con nuez, portamasas, juego de pesas, balanza y regla.

No 2. Ley de Ohm.

Medición de corriente respecto a la variación de voltaje.

Este experimento posee el atractivo de dar acceso a los estudiantes a nuevo equipo, y ganar conocimiento sobre el manejo de nuevos instrumentos de medición.

Materiales : Fuente de voltaje regulada, dos voltímetros, resistencia, cables de conexión.

Se propone evaluar los resultados de la pendiente mediante obtención de promedios para detectar el manejo de la propagación de errores y la presentación de tablas de datos, en contraste con la pendiente obtenida mediante el método de regresión lineal para evaluar el manejo de gráficos, la comprensión de la regresión lineal y la interpretación de resultados.

No 3. MRU.

Medición de distancia recorrida en función del tiempo por una burbuja de aire en glicerina.

Materiales : Tubito con aire y glicerina, regla y cronómetro.

3. Linealización de gráficas I (Función exponencial)

El objeto es adquirir destreza en el manejo del papel semilogarítmico, y mediante una adecuada linealización con el método gráfico y de mínimos cuadrados, obtener la ecuación que gobierna dos variables exponencial o logarítmicamente relacionadas.

Experimentos propuestos.

Se busca que el estudiante haga el tratamiento completo de linealización de funciones exponenciales e intente interpretar físicamente los resultados. Para ello deben seleccionarse experimentos en los que las variables medidas respondan a una tendencia exponencial. Entre los muchos posibles se proponen dos :

No 1. Ley de Torricelli.

En un tanque de forma cilíndrica, se introduce agua y se deja fluir a través de un orificio practicado en la parte inferior de su pared lateral. Debe medirse la altura del nivel del agua en función del tiempo.

Materiales : Probeta larga con desagüe, tapón, cronómetro, balde y trapero.

No 2. Descarga de un condensador.

Se carga un condensador mediante un circuito RC serie, y luego se procede a descargarlo mediante la resistencia conectada en serie. Para ello deben escogerse valores tales que el producto RC sea del orden de los minutos. Se mide el voltaje del condensador, y/o la corriente que fluye, en función del tiempo.

Materiales : Condensador (del orden de diez a cien microfaradios), resistencia (del orden de diez a cien megaohms), cables de conexión, fuente de voltaje DC, interruptor, cronómetro, amperímetro (opcional).

No 3. Característica I-V de un diodo.

Materiales: Fuente de voltaje variable (0-36V), LED y resistencia de 1K en serie, protoboard, amperímetro y voltímetro.

4. Linealización de gráficas II (Función polinómica)

Es la misma idea que el apartado 3, sobre papel logarítmico con dos variables relacionadas en forma polinómica.

EXPERIMENTOS PROPUESTOS

1. Distancia recorrida vs tiempo, por un bloque sobre un plano inclinado.

Materiales : Carril de aire, fotocompuertas.

2. Frecuencia de oscilación contra masa en un sistema masa-resorte.

Materiales: Soporte universal, resorte, bloque, cronómetro, regla, balanza.

3. Frecuencia de oscilación contra longitud en un péndulo simple.

Materiales: Soporte universal, resorte, bloque, cronómetro, regla.

4. distancia horizontal recorrida vs descenso vertical en un tiro parabólico.

Materiales: Rampa metálica, esfera, regla, plomada, papel carbón y periódico. También puede hacer más elegante mediante un montaje con foto estroboscópica.

Como se aprecia, en esta parte introductoria se dan las herramientas para analizar experimentos dirigidos por el profesor (Etapa II)., que van a reforzar la teoría. A su vez, se pretende que el estudiante se familiarice con equipo de laboratorio diverso que va a utilizar en posteriores cursos, hecho que aunque genera algunas dificultades iniciales, se recompensa con creces por la expectativa de los estudiantes de utilizar equipo de laboratorio específico de otras áreas de la física diferentes a la mecánica, lo cual le va a proporcionar una visión más amplia de la física.

ETAPA II

FORTALECIMIENTO DE CONOCIMIENTOS Y APLICACIONES DIRIGIDAS (3 A 4 SEMANAS)

En esta etapa se proponen experimentos dirigidos por el profesor, encaminados a reforzar la teoría. Además se busca que los estudiantes aprendan a exponer sus ideas corectamente en los informes de laboratorio. Si es necesario, puede hacerse repetir el informe de laboratorio hasta que satisfaga las exigencias técnicas, académicas, linguísticas y estéticas requeridas por el profesor, y al final otorgar una sola nota en esta etapa.

5. Variables cinemáticas y conversión.

En este laboratorio se pretende que el estudiante mida dos variables cinemáticas (posición,velocidad, aceleración), de tal forma que poueda, usando la definición de derivada e integral, construir la gráfica de una variable cinemática en función del tiempo con base en una gráfica naterior de otra variable cinemática en función del tiempo, teniendo la posibilidad de encontrar verificación experimental.

Por ejemplo, medir X vs t y V vs t en un sistema determiando usando fotocompuertas. Luego tomar la gráfica de X vs t y construir la de V vs t a partir de pendientes sucesivas y confrontar la curva resultante con la de V vs t experimentalmente obtenida. Asimismo tomar la curva de V vs t, y mediante la definición de integral, construir la de x vs t y confrontarla con la experimental.

6. Movimiento con aceleración no uniforme.

La teoría contenida en el programa de introducción a la física no permite analizar en profundidad movimientos con aceleración no uniforme. mediante la conversión de vaiables cinemáticas haciendo uso de las definiciones diferencial e integral en función del tiempo, y la técnica de la foto estroboscópica, es posible realizar análisis de movimientos con aceleración no uniforme. Hay muchos sistemas físicos para ser escogidos: péndulo simple, péndulo físico, oscilador armónico, movimiento circular, etc.

7. Coeficiente de fricción.

Una explicación detallada se encuentra en el link relacionado.

ETAPA III

AUTONOMIA

Se propone un problema experimental o teórico-experimental a resolver por losestudiantes durante la sesión de laboratorio. El estudiante diseña el montaje experimental que requiere, escoge las variables a medir y los instrumentos que va a emplear. Se sugiere que el profesor proponga el problema de acuerdo acon la disponibilidad de materiales de laboatorio y, de ser posible, con antelación a la sesión de laboratorio con el fin de separar el equipo requerido.

El estudiante ya debe tener experiencia en la presentación de informes de laboratorio. Cuando entregue el informe, el profesor debe leerlo enseguida para reunirse con el grupo y hacer preguntas individuales sobre la experiencia y la teoría involucrada, con el fin de verificar su grado de participación y su nivel de conocimientos de mecánica. Se propone establecer nota individual, de acuerdo con el nivel alcanzado por el estudiante.

Con esta propuesta, se pretende unificar criterios respecto a los objetivos centrales del curso de Introducción a la física, y a los métodos para conseguirlo. En ella se recogen opiniones expresadas desde hace varios semestres por profesores que han tenido a cargo este curso: Hernán Rodriguez, Jorge Quiñones, Juan Carlos Hurtado, Alexander Caneva, leonardo Gutiérrez, Nina Clavijo y Henry Méndez. Desde luego que, por ser una propuesta, debe ser expuesta al rigor de la crítica y la prueba, pero la idea es ante todo, mejorar el nivel académico de los estudiantes de primer semestre y promover a segundo semestre estudiantes con un buen nivel deconocimientos en mecánica, de técnicas de laboratorio y análisis lógico. Cualquier comentario o propuesta será recibida con mucho agrado. Si desea, envíela a hamendez@impsat.net.co ó también a rata@mailcity.com.

Regresar a la página principal